Problemario 8a ONMAS

Índice

INTRODUCCION

La ONMAS (Olimpiada Nacional de Matemáticas para Alumnos de Secundaria) inició en el año 2001 a nivel nacional, fue creada por la ANPM (Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas) con el fin de promover el desarrollo de la cultura matemática en el nivel secundaria, mediante el pensamiento abstracto, crítico, reflexivo y analítico. La participación en ONMAS es abierta a todos los Estados de la Republica Mexicana.

Existen varias etapas dentro de la ONMAS; *(i)* La primera de ellas es la etapa estatal, que es organizada por la delegación Colima de la ANPM. La primera etapa consiste en la aplicación del examen canguro al 100 % de los alumnos inscritos en 6º de primaria, 1º, 2º y 3º de secundaria en el estado, en el mes de abril de cada año, preferentemente después del periodo vacacional de primavera (Este proceso ha venido realizándose en Colima desde la 4ª ONMAS). *(ii)* La segunda etapa radica en la invitación a un curso de preparación para los mejores 450 alumnos del examen canguro, paralelamente se hace publica una convocatoria invitando a todos los alumnos de secundaria que quieran participar en la ONMAS, el curso se lleva a cabo los sábados desde el mes de septiembre al mes de diciembre con horario de 09:00 a 12:30 horas, quienes se distribuyen en 5 clubes que para ese fin se han abierto en el estado, siendo las sedes: Facultad de Ciencias de la Educación en Colima, Bachillerato Técnico # 8 en Manzanillo, Bachillerato Técnico # 11 en Minatitlán, Bachillerato Técnico # 17 en Armería y Bachillerato Técnico # 20 en Tecomán. En el mes de diciembre se aplica un examen preselectivo en forma simultánea en los cinco clubes, se preseleccionan entre 7 y 10 alumnos, dependiendo de los resultados del examen. *(iii)* La tercera etapa comprende una serie de entrenamientos en la Facultad de Ciencias de la U de C, todos los sábados con horario de las 09:00 a 19:00 horas, del mes de enero al mes de marzo. El último sábado de Marzo se aplica un examen, a los alumnos preseleccionados, examen mediante el cual se selecciona a los 6 alumnos que representaran al estado de Colima en la etapa nacional a realizarse en el mes de mayo. Finalmente, con los alumnos seleccionados se trabaja en la resolución de problemas tipo, durante el mes de abril.

Los clubes arriba mencionados son atendidos por alumnos exolimpicos, quienes les imparten cursos de resolución de problemas y desarrollo de habilidades.

SEDE	BACHILLERATO	ENTRENADOR
COLIMA	Facultad de Ciencias de la Educación	Clara Stephani Gómez Peralta Daniel Alejandro Gaitan Valencia **Eva Paulina Sánchez Sánchez** Jaime Ramos García José Manuel Ramírez Guzmán Luís Fidel Rojas Chávez
MANZANILLO	Bach. Técnico No 8	Alma Patricia Campos Navarro Amparo Sánchez Castro **Ceyla Rocío González Fonseca** Mario Amancio Figueroa Aguilar
MINATITLÁN	Bach. Técnico No 11	Andrés Carrazco Chocoteco **Arturo Moisés Chávez Rodríguez** Juan Carlos Ramírez Guzmán
ARMERIA	Bach. Técnico No 17	Haremy Yazmín Zúñiga Ávila **Jorge Ricardo Palomares Angulo**
TECOMÁN	Bach. Técnico No 20	**José Eduardo Espinosa Tintos** Luís Armando Huerta Rodríguez Marcos Cesar Vargas Magaña

Los entrenamientos de las preselecciones están a cargo de: MC Enrique Farias Martínez, Ing. Martín Eliseo Isaías Ramírez, Eva Paulina Sánchez Sánchez, José Eduardo Espinosa Tintos, Ing. José Javier Gutiérrez Pineda y Lic. en Mat. Alfonso Martínez Zepeda.

La etapa nacional se realiza cada año en algún estado de la republica, durante la primera semana del mes de mayo y consiste en dos exámenes de tres problemas cada uno con una puntuación máxima de 42 puntos. Cada examen se aplica en un día distinto. Las sedes para la ONMAS hasta hoy han sido:

ONMAS	SEDE
I	Querétaro, Qro.
II	Guadalajara, Jal.
III	Palenque, Chis.
IV	Chihuahua, Chi.
V	Saltillo, Coah.
VI	Santa Catarina, N.L.
VII	Paraíso Caxcan, Zac.

La ciudad de Colima, Col. será la anfitriona para la VIII ONMAS a celebrarse del 1 al 4 de mayo de 2008.

Etapa Estatal de la 8ª ONMAS.

Inscripciones.

Se abren a partir de la publicación de esta convocatoria y cierra el 8 de diciembre de 2007 (fecha en que se aplicara el examen preselectivo). Cada escuela puede inscribir los alumnos que desee, con la condición de que al menos 2 sean de primer grado, para cubrir este requisito el director debe enviar una relación de sus alumnos, indicando el nombre y grado que cursa cada uno de los participantes.

Costo.

La inscripción no tiene costo.

Examen Preselectivo:.

- Fecha: 8 de diciembre de 2007, de 9:00 a 13:30 hrs.
- Lugar: Se llevará a cabo en las distintas sedes.

Premiación.

Se premiara en la **Categoría 2** a 10 Primeros Lugares, 20 Segundos Lugares y 30 Terceros Lugares; y en la **Categoría 1** a 5 Primeros Lugares, 10 Segundos Lugares y 15 Terceros Lugares. Los alumnos que Obtengan 1er Lugar, formaran parte de la Preselección Estatal, de los cuales saldrá la Selección que nos representará en la Etapa Nacional en la ciudad de Colima, Col. del 1 al 4 de mayo de 2008.

RESULTADOS DE COLIMA EN LA ONMAS

Colima participo en la 1ª ONMAS con 2 alumnos, ambos de la Secundaria Mariano Miranda Fonseca de Manzanillo, habiéndose obtenido **un tercer lugar (Díaz Montelongo Cynthia Manuela)**.

En la 2ª ONMAS Colima participó con 3 alumnos, los 3 de la Secundaria Mariano Miranda Fonseca de Manzanillo, en esta ocasión Colima no obtuvo lugares en el evento.

En la 3ª ONMAS celebrada en 2003 en Palenque, Chiapas, Colima no participo.

En la 4ª ONMAS Colima participo con 6 alumnos, 2 de la Secundaria Mariano Miranda Fonseca de Manzanillo, 2 de la Secundaria Enrique Corona Morfin de Colima, 1 de la Secundaria José Vascóncelos de Villa de Álvarez y 1 del Colegio Anahuac de Colima. Los resultado de Colima en esta olimpiada fueron: **Dos segundos lugares, Manuel Alejandro Bustos Manríquez y Adarelhi González Covarrubias** de la Secundaria José Vascóncelos y el Colegio Anahuac respectivamente.

En la 5ª ONMAS Colima participo con 6 alumnos, 4 de la Secundaria Enrique Corona Morfin de Colima, 1 de la Secundaria Mariano Miranda Fonseca de Manzanillo y 1 de la Secundaria Manuel Álvarez de Villa de Álvarez. Los resultados de Colima en esta olimpiada fueron:

Nombre del Alumno	Escuela Secundaria	Puntos	Lugar
González Lara Adriana Carolina	Enrique Corona Morfin	42	1
Isaías Castellanos Luis Ángel	Manuel Álvarez	42	1
Torres González David	Enrique Corona Morfin	42	1
González Rodríguez Carlos	Mariano Miranda Fonseca	41	1
Jiménez Zamora Erendira	Enrique Corona Morfin	38	1
Magaña Montes Luis Xavier	Enrique Corona Morfin	38	1

Por estados Colima obtuvo el Primer Lugar Nacional, sumando 243 puntos de 252 puntos posibles (42 por alumno) y además tres alumnos de Colima lograron Examen Integro.

En la 6ª ONMAS Colima participo con 6 alumnos, 1 de la Secundaria Enrique Corona Morfin de Colima, 2 de la Secundaria José Vasconcelos de Villa de Álvarez, 1 del Colegio Campoverde de Tecomán, 1 del Colegio Anahuac de Colima y 1 de la Secundaria Manuel Álvarez de Villa de Álvarez. Los resultados de Colima en esta olimpiada son:

Nombre del Alumno	Escuela	Puntos	Lugar
García Morales Karina Marisol	Sec, Enrique Corona Morfin	40	1
Méndez López Israel	Colegio Anahuac	38	1
Flores López Samantha Lizette	Sec. José Vasconcelos	36	1
Isaías Castellanos Luis Ángel	Sec. Manuel Álvarez	34	1
Hernández López Jairo Antonio	Colegio Campoverde Tecomán	25	2
Bustos Manríquez Vanessa Leonor	Sec. José Vasconcelos	22	2

Por estados Colima obtuvo el Primer Lugar Nacional, habiendo logrado 195 puntos de 252 puntos posibles.

En la 7ª ONMAS Colima participo con 6 alumnos, 1 de la Secundaria Enrique Corona Morfin TM de Colima, 1 de la Secundaria José Vascóncelos TM de Villa de Álvarez, 1 del Colegio Anahuac de Colima, 1 de la Secundaria José Mora y Verduzco TM de Cuahuctemoc, 1 de la Secundaria Mariano Miranda Fonseca TM de Manzanillo y 1 de la Secundaria Justo Sierra TM de Tecomán. Los resultados de Colima en esta olimpiada son:

Nombre del Alumno	Escuela	Puntos	Lugar
Méndez López Israel	Colegio Anahuac	42	1
García González Héctor Benjamín	José Mora y Verduzco	33	1
Bustos Manríquez Vanessa Leonor	Sec. José Vascóncelos	28	1
Martínez Castellanos Brenda	Sec. Mariano Miranda Fonseca	21	2
González Gutiérrez Judith Elizabeth	Sec. Justo Sierra	17	3
Salazar Mendoza Gilberto	Sec. Enrique Corona Morfin	13	3

Por estados Colima obtuvo el Tercer Lugar Nacional, habiendo logrado 154 puntos de 252 puntos posibles.

Descripción del examen estatal de la ONMAS.

El examen consiste en tres problemas para el cual se tendrá un tiempo máximo de cuatro horas y media para poder ser contestado.

Muy a menudo sucede que el enunciado de alguno de los problemas no es muy entendible; para esto se tiene algo que se conoce como “tiempo de preguntas” el cual se ejecuta durante la primera hora del examen, en donde puedes preguntar por escrito al jurado sobre algún enunciado del examen que no te quede claro. **No se responderá alguna pregunta que tenga que ver con la solución de alguno de los problemas.** Además, está prohibido el uso de calculadoras, de tablas matemáticas o de apuntes, pero puedes llevar pluma, lápices, colores y estuche de geometría.

Cada uno de los cuatro problemas tiene un valor de 7 puntos, mismos que serán evaluados de acuerdo al avance hecho en tus soluciones.

Es muy común que piensas que una de tus soluciones está mal y la borras, **NO BORRES NADA DE TU EXAMEN** puede ser que esa solución sea la correcta y que sólo faltaban unos pequeños detalles; lo mejor es que la taches de manera que todavía sea visible para cualquier persona que lea tu examen. En este tipo de concursos se buscan aciertos, no se califican los errores.

Otra cosa que se recomienda, es que escribas todas las ideas que se te ocurran sobre el problema, ya que podrían valer puntos. También se recomienda que escribas de manera clara tus soluciones.

Antes de iniciar el examen, el profesor que estará a cargo de tu salón te dará un sobre que contiene: una ficha en donde tienes que poner todos tus datos personales de tu escuela y el nombre de tu entrenador, una hoja con instrucciones; en dicho sobre habrá también un tanto del examen, varias hojas blancas tamaño carta para escribir tus soluciones y hojitas pequeñas para poder preguntar.

El profesor te indicará cuando abrir el sobre para iniciar con el examen.

En las hojas de soluciones y en las hojitas de preguntas deberás colocar en la parte superior el número de problema que estás resolviendo y tu clave de participante. Te recomendamos que en la misma hoja no resuelvas dos o más problemas distintos y que en las hojitas de preguntas sólo escribas una pregunta.

Si te hacen falta hojas de cualquier tipo, el profesor que está a cargo de tu salón deberá proporcionártelas; si no lo hace, puedes comunicárnoslo mediante una hojita de pregunta.

Cuando termines tu examen, revisa bien que tus conclusiones contesten la pregunta del problema y que esté bien redactada tu explicación.

10 Mejores Estados en la 7ª ONMAS

Lugar	Estado	1ros	2dos	3ros
1	Nuevo León	4	2	0
2	Querétaro	2	3	1
3	Colima	3	1	2
4	Zacatecas	0	5	0
5	Guerrero	1	2	2
6	Jalisco	0	3	3
7	Chiapas	0	1	4
8	Tlaxcala	0	1	4
9	Coahuila	0	1	0
10	Durango	0	0	2

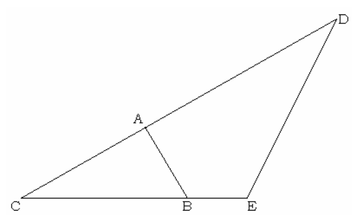
PROBLEMAS

Problema 1. Los ángulos de un triángulo están en proporción 2:3:4, ¿a qué es igual la suma de los dos ángulos menores?

Problema 2. Se escriben los dígitos 1, 2, 3, 4 en cuatro papelitos que se guardan en una caja. Si dos de los papelitos se extraen al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la suma de los números sea múltiplo de 3?

Problema 3. Joel tiene tres amigos: Pedro, Roberto y Oscar. Pedro fuma cigarros mentolados sin filtro; Roberto fuma únicamente cigarros extra largos y no mentolados; Oscar sólo fuma cigarros con filtro. ¿Qué característica deben tener los cigarros de Joel para que sus amigos no le pidan?

Problema 4. El área del triángulo ABC es 3. ¿Cuál es el área del triángulo CDE, si CA=4, AD=6, CB=6, BE=2?

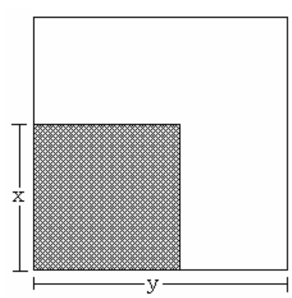


Problema 5. Un faro emite tres colores distintos: rojo una vez cada 16 segundos, verde una vez cada 45 segundos y blanco una vez cada 2 minutos con 20 segundos. Los tres colores se emiten simultáneamente a media noche. Indica cada cuánto tiempo:

(a) se emiten rojo y verde.
(b) se emiten rojo y blanco.
(c) se emiten blanco y verde.
(d) se emiten los tres colores al mismo tiempo.

Problema 6. El rey de Ranilandia está moribundo y quiere repartir su herencia entre sus dos hijos. La herencia consta de 50 objetos que valen: el primero 1 quack, el segundo 2 quacks, el tercero 3 quacks y así sucesivamente hasta el objeto 50 que vale 50 quacks.
(a) Di cómo repartir los objetos de manera que los que herede el hijo mayor valgan exactamente el doble que los que herede el hijo menor.
(b) Supongamos ahora que el rey perdió el objeto que vale 50 quacks y que quiere repartir la herencia según las mismas reglas del inciso anterior. ¿Podrá hacerlo?

Problema 7. El área del cuadrado sombreado es una tercera parte del cuadrado grande. ¿Cuánto vale x/y?



Problema 8. Tengo tres dados con letras diferentes. Al tirar los dados, puedo formar palabras tales como OSA, FIN, VID, REY, ATE, SOL, MIA, ESA, CAE, GOL, PIO, SUR, aunque no puedo formar palabras tales como DIA, VOY y RIN. Encuentra que letras pertenecen a cada dado.

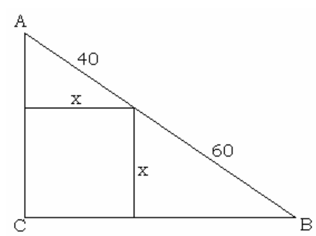
Problema 9. ¿Cuántos divisores mayores que 12 tiene el número $64\left(3^{20}\right)$?

Problema 10. Un anuncio de barbería tiene un cilindro giratorio de 50π centímetros de alto con un radio de 10 centímetros. La tira roja da 6 vueltas completas al cilindro en su camino de arriba a abajo. ¿Cuál es el largo de la tira roja? (**Ignora el ancho de la tira**)

Problema 11. Con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, encuentra un número de seis cifras distintas $abcdef$ tal que el número de tres cifras abc sea múltiplo de 4, el número de tres cifras bcd sea múltiplo de 5, el número de tres cifras cde sea múltiplo de 3 y el número de tres cifras def sea múltiplo de 11.

Problema 12. ¿Cuántos dígitos tiene el número M = $4^{1000} \cdot 5^{2002}$?

Problema 13. En el triángulo ABC, con ángulo recto en C, se inscribe un cuadrado de lado **x**, como se muestra en la figura. Encuentra el valor de los catetos.

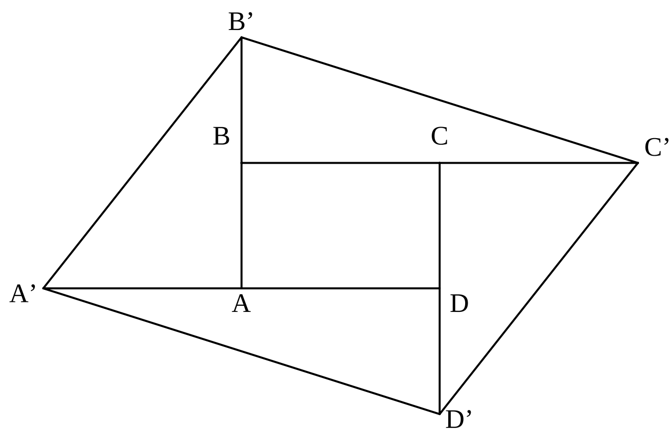


Problema 14. Este tablero tiene 2 filas y 4 columnas:

Se quieren poner 6 fichas iguales, una en cada casilla, de modo que ninguna columna queda vacía. ¿De cuántas maneras puede hacerse?

Problema 15. ¿Cuántos números de tres dígitos existen tales que la suma de esos tres dígitos sea 24?

Problema 16. El área de un rectángulo ABCD es de 11 cm^2. Si prolongamos los lados AB para arriba, BC para la derecha, CD para abajo y DA para la izquierda, obtenemos los segmentos AB’ = 2AB, BC’ = 2BC, CD’ = 2CD y DA’ = 2DA.
Uniendo los extremos de esos segmentos se forma otro cuadrilátero A’B’C’D’. ¿Cuál es el área del cuadrilátero formado?



Problema 17. Con los dígitos W, X, Y, Z se forman los números de cuatro dígitos WXYZ y ZYXW que deben cumplir la siguiente relación:

$$\begin{array}{r} WXYZ \times \\ 9 \\ \hline ZYXW \end{array}$$

Encuentra los valores de los cuatro dígitos.

Problema 18. Seis equipos participaron en un torneo regional de fútbol. Cada uno de ellos jugó una vez contra cada uno de los otros cinco. Por cada victoria le daban 3 puntos a equipo, por cada empate 1 punto a cada equipo y por cada derrota 0 puntos.

En la siguiente tabla (que está incompleta) se muestran algunos de los resultados finales del torneo:

Equipo	**Victorias**	**Empates**	**Derrotas**	**Puntos**
A	3	?	?	10
B	2	?	?	8
C	2	?	?	7
D	1	?	?	6
E	1	?	?	4
F	?	?	?	4

(a) ¿Cuántos partidos ganó el equipo F?

(b) Si el equipo A le ganó al equipo F, ¿contra quién o quiénes empató el equipo D?

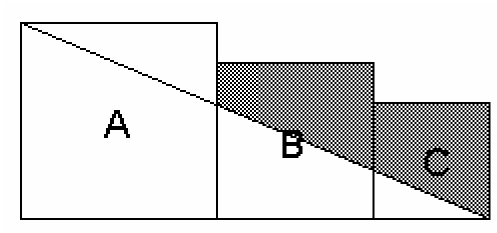
Problema 19. Un determinado año tiene 365 días de los cuales 53 son domingos, ¿en qué día de la semana no pudo haber caído el 24 de enero de ese año?

Problema 20. Los dígitos a, b y c son distintos entre sí y cumplen con la siguiente igualdad:

$$\frac{6ca}{2ba} = 3$$

Determina los valores de a, b y c.

Problema 21. Se tienen tres cuadrados A, B y C de lados 5, 4 y 3 respectivamente colocados uno seguido del otro como se muestra en la figura. Luego se traza una línea que va de un vértice del cuadrado A a un vértice del cuadrado C. ¿Cuál es el valor del área sombreada?



Problema 22. Cuatro matrimonios se reúnen para jugar ajedrez. Sabiendo que:

- Beatriz jugó contra Eduardo.
- Alicia jugó contra el esposo de Clara.
- Federico jugó contra la mujer de Gustavo.
- Daniela jugó contra el marido de Alicia.
- Gustavo jugó contra la esposa de Eduardo.

(a) ¿Contra quién jugó Humberto?
(b) Encuentra quiénes son los esposos de cada mujer.

Problema 23. Un edificio tiene sus pisos numerados del 0 al 25. El ascensor de dicho edificio tiene sólo dos botones, uno verde y uno rojo. Al apretar el botón verde, el elevador sube 5 pisos y al apretar el botón rojo, baja 2 pisos.

(a) ¿Cuál es el mínimo número de veces que tenemos que apretar los botones para subir del piso 5 al piso 16 utilizando el elevador?
(b) Encuentra todas las posibles secuencias de botones que tenemos que apretar siguiendo las condiciones del inciso anterior.

NOTA: *Si se aprieta el botón verde cuando no hay suficientes pisos por encima, el elevador se rompe y lo mismo ocurre cuando se aprieta el botón rojo y no hay suficientes pisos por debajo.*

Problema 24. Un libro de una colección cuesta \$1,000 y unos pesos más. El costo de seis libros de la misma colección es de menos de \$8,000. El costo de la colección completa de siete libros es de más de \$8,000.
Una escuela pide cooperación equitativa a sus 180 alumnos para comprar el primer libro de la colección para la biblioteca. Cada uno de los alumnos dio una cantidad igual (en

pesos enteros, sin centavos) y la escuela todavía tuvo que poner \$15 más para completar el precio. ¿Cuánto cuesta cada libro?

Problema 25. Octavio midió el largo del terreno de su tío con pasos de 54 cm. Después, el tío midió su terreno con pasos de 72 cm. Quedaron marcadas en total 61 pisadas, pero a veces la misma marca correspondía a dos pisadas, una de Octavio y otra de su tío. Determina el largo del terreno.

Nota: *Al inicio y al final del terreno las pisadas de Octavio y de su tío coincidieron.*

Problema 26. Para numerar las páginas de un libro se utilizaron 151 dígitos que son “1’s”. ¿Cuántas páginas tiene el libro?

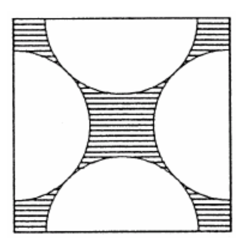
Problema 27. Estaban César, Pepillo, Miriam y Karla planeando los entrenamientos estatales, para repartirse los temas de Lógica, Combinatoria, Geometría y Teoría de Números. Para escoger, hicieron una encuesta a los del año anterior para ver a quién le daban cada tema; como no podían complacer a todos, decidieron hacerle caso exactamente a 6 propuestas y a las otras 6 no.

Las respuestas de la encuesta fueron las siguientes:

- Pepillo en Geometría.
- Miriam en Teoría de Números.
- Karla en Combinatoria.
- Miriam en Geometría.
- Karla en Lógica.
- César en Combinatoria.
- Karla en Lógica.
- César en Teoría de Números.
- Pepillo en Geometría.
- César en Teoría de Números.
- Pepillo en Combinatoria.
- Miriam en Geometría.

Sabemos además que César definitivamente ya no quiere dar Combinatoria (y no le tocó ese tema). ¿Qué tema le tocó a cada uno de los entrenadores?

Problema 28. Un cuadrado de lado 1 tiene en su interior cuatro semicírculos de radios iguales y tangentes entre sí, con sus centros en los puntos medios de los lados del cuadrado, como se muestra en la figura.



Calcula el área de la región sombreada.

Problema 29. Encuentra todos los números enteros positivos que son iguales a 11 veces la suma de sus dígitos.

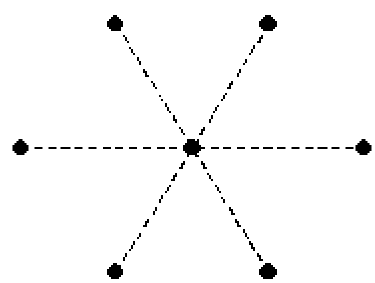
Problema 30. Un niño hace una lista de 2003 números bajo el siguiente procedimiento:

Si n es el último número que puso en la lista, entonces el nuevo número de la lista resulta de sumarle 1 a la suma de los dígitos de n^2.

Sabiendo que el primer número de la lista es el 2003, encuentra el último número que escribió el niño en la lista.

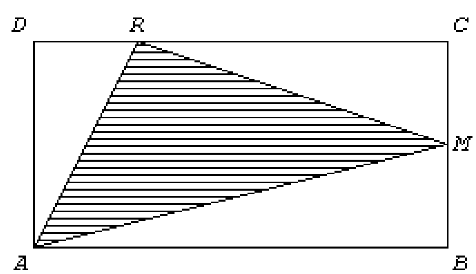
A continuación se presentan los exámenes preselectivos de la 7ª ONMAS, que se aplicaron en Colima en diciembre de 2006 en Nivel 1 (Problemas 1 a 3) y en Nivel 2 (Problemas 4 a 6)

Problema 1:
¿Cuántos triángulos se pueden formar con sus vértices en los puntos de la figura?



Problema 2:
El rectángulo *ABCD* tiene 32 cm^2 de área. *M* es punto medio de *BC*. $AB = 2 \cdot AD$, $DR = BM$

¿Cuál es el área del triángulo *ARM*?, ¿Cuál es el perímetro del triángulo *ARM*?

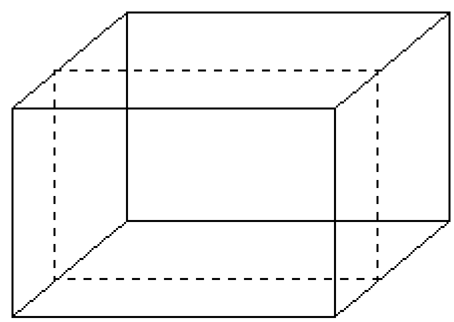


Problema 3:
Sobre una circunferencia escribe en orden los números naturales del 1 al 1000. Empezando con el 1, tacha cada decimoquinto número (es decir, tacha el 1, 16, 31, etc.). Continúa este procedimiento hasta que corresponda tachar un número de los ya tachados. ¿Cuántos números quedan sin tachar?

Problema 4:
Sobre una circunferencia escribe en orden los números naturales del 1 al 1000. Empezando con el 1, tacha cada decimoquinto número (es decir, tacha el 1, 16, 31, etc.). Continúa este procedimiento hasta que corresponda tachar un número de los ya tachados. ¿Cuántos números quedan sin tachar?

Problema 5:
Tres granjeros y sus tres esposas acuden al mercado a comprar cerdos. Los nombres de ellos son Horacio, Elías y Cornelio; los de ellas son Gertrudis, María y Ana. El número de cerdos que compró cada una de las seis personas es igual al precio que cada una pagó por cada cerdo y cada hombre pagó en total 63 pesos más que su respectiva esposa. Además, sabemos que Horacio compró 23 cerdos más que María y Elías 11 cerdos más que Gertrudis. ¿Cuál es el nombre de la esposa de cada hombre?

Problema 6:
En un prisma recto de base rectangular, de 10 cm de altura y 1440 cm^3 de volumen, se efectuó un corte paralelo a una de las caras laterales como muestra la figura. El menor de los dos prismas en que quedó dividido tiene un área total de 616 cm^2 y su volumen es un tercio del volumen del prisma original. ¿Cuáles son el largo y el ancho del prisma original? Da todas las posibilidades.

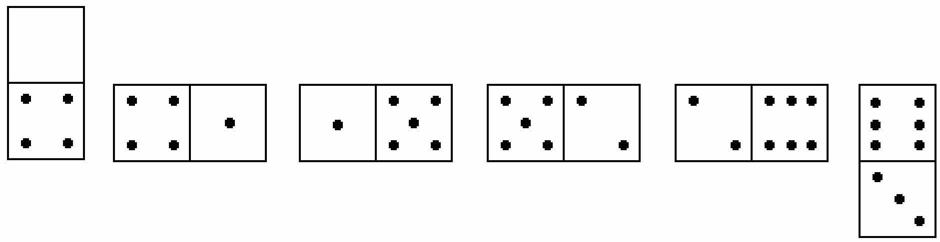


EXAMEN NACIONAL DE LA 5ª ONMAS

Problema 1.
AB es el diámetro de una circunferencia con centro en el punto D. C es un punto en AB tal que AC es la mitad de CB; por el punto C se traza una perpendicular a AB que corta a la circunferencia en los puntos E y F. Si el área del triángulo con vértices en A, B y E es de 60 cm2, ¿cuánto vale el área del triángulo de vértices D, E y F?

Problema 2.
Cuando la edición N de ONMAS se realiza en un año divisible por N, diremos que es un año “superolímpico”. Por ejemplo el año 2005 es superolímpico porque se realiza la edición 5 de la ONMAS y 2005 es divisible por 5 (porque 5 divide exactamente al 2005). Determina todos los años superolímpicos, sabiendo que la ONMAS se realiza anualmente a partir de 2001 y suponiendo que se seguirá realizando cada año.

Problema 3.
Como se ve en la ilustración se han jugado seis fichas de dominó, de acuerdo a las reglas del juego, se une 4 con 4, 1 con 1, y así sucesivamente. Para el caso de la figura la suma de los puntitos de cada ficha son 4, 5, 6, 7, 8, 9 y están en progresión aritmética; es decir, los números tomados en orden tienen una diferencia común, en este caso particular es 1.



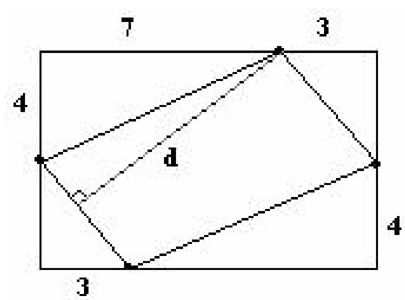
¿De cuántos modos podemos jugar seis fichas de dominó, tomadas de una caja común de veintiocho, para que los números queden en progresión aritmética?

Nota para los que no conocen el juego: El juego de dominó consta de fichas de forma rectangular. La cara tiene una línea que la parte en dos cuadrados, en cada cuadrado aparece un número representado por puntos o el cuadrado liso en el caso del cero, usualmente aparecen los números de cero a seis, hay fichas con todas las combinaciones de estos números y fichas con el mismo número en los dos cuadrados.

Problema 4.
El odómetro (medidor de distancias recorridas) de un carro chafa siempre brinca de 3 a 5, saltándose el 4, sin importar la posición. Por ejemplo, después de viajar un kilómetro cambió de 000039 a 000050. Si el odómetro marca 002005, ¿cuántos kilómetros ha viajado en realidad el carro?

Problema 5.
Encuentra todos los números de tres cifras que sean cuadrados perfectos y que use cifras consecutivas. Por ejemplo 123, 132, 213, 231, 312, 321 son números que usan las cifras consecutivas y 4 es un ejemplo de cuadrado perfecto.

Problema 6.
En la figura, el rectángulo tiene lados de 10 cm. y de 8 cm. cada lado se divide como se indica en la propia figura, al unir los puntos de división se forma un paralelogramo (ojo sus ángulos no son rectos).



Calcula la distancia entre los lados paralelos más pequeños, indicada con la línea d.

EXAMEN NACIONAL DE LA 6ª ONMAS

Problema 1.
Encontrar todos los números naturales n tales que sus divisores, distintos de 1 y n, cumplen que el más grande sea 7 veces el más pequeño.

Problema 2.
Sea ABC un triángulo, D y E puntos sobre AC y BC respectivamente tales que AB es paralelo a DE. Sea P el pie de la altura trazada desde A al segmento BC. Si el ángulo ACB = 20º y AB = 2DE, encuentre el valor del ángulo PDC.

Problema 3.
Para cualquier número natural n se dice que su origen se calcula multiplicando las cifras de ese número, luego multiplicar las cifras del resultado y así sucesivamente hasta que queda un número de una cifra.
Por ejemplo, el origen del 149 es el 8, ya que: 149 → 36 → 18 → 8 y el origen del 5486 es el 0, ya que: 5486 → 960 → 0.

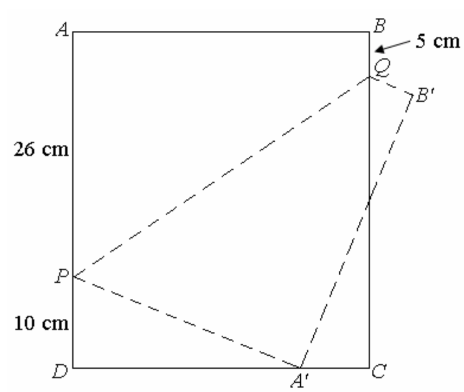
Encuentra la suma de todos los números de dos o más cifras distintas, tales que su origen sea un número impar.

Problema 4.
Se tiene cierto número de bolsas acomodadas en una fila, en donde se meterán canicas de la siguiente forma: En la primera bolsa mete una canica, en la segunda bolsa dos, en la tercera tres y así sucesivamente. Luis escoge una bolsa que tiene catorce canicas menos que la última bolsa de la fila, y además observa que la suma de todas las canicas de las bolsas que están a la derecha de la que escogió es igual a la de las de la izquierda. ¿Cuántas canicas tiene la bolsa que Luis escogió?

Problema 5.
Paz hace una lista con todos los números del 1 al 2006. Encierra en un círculo todos los números que son múltiplos de 6. Luego, encierra en un círculo todos los números que son múltiplos de 7. Finalmente, multiplica todos los números que encerró.

¿Cuál es la mayor potencia de 11 que divide exactamente al resultado de esta multiplicación?

Problema 6.
Una hoja de papel en forma rectangular ABCD fue doblada a través de la línea PQ de manera que el vértice A quede en lugar del punto A’ y el vértice B en lugar del punto B’. Al medir los segmentos AP, BQ y DP, tenemos que miden 26 cm, 5 cm y 10 cm respectivamente.



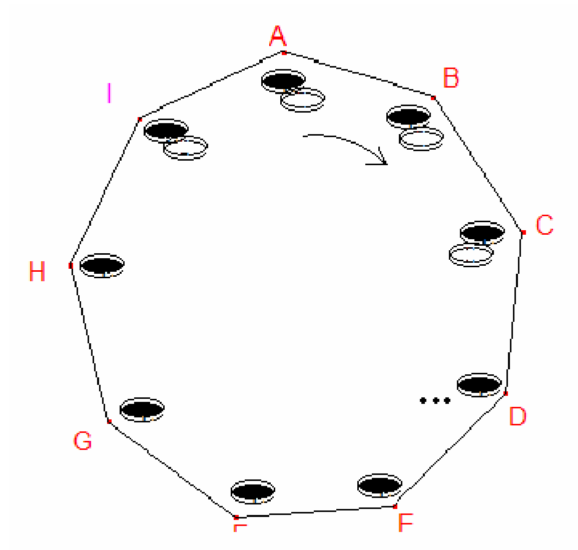
¿Cuál es el área del la hoja de papel?

EXAMEN NACIONAL DE LA 7ª ONMAS NIVEL 1

Problema 1:
Encuentra el número mayor que 2007 tal que la suma de todos sus divisores sea la mínima.

Problema 2:
En un cuadrilátero *ABCD*, con ángulos interiores menores a 180º, los lados *AB, BC y CD* son iguales. También sabemos que *AD* = *AC* = *BD*. Encuentra la medida del ángulo *ABC.*

Problema 3:
El abuelo repartirá 2007 monedas entre sus nueve nietos, podemos llamarlos A, B, C, D, E, F, G, H e I, de la siguiente manera: Los sienta alrededor de una mesa en el orden de sus nombres y va entregando en ese mismo orden una moneda a cada uno, empieza con A, al completar la vuelta, la siguiente vuelta comienza con el último, es decir, le entrega una más a I y continúa con A, entregando moneda por moneda, termina la siguiente vuelta con H, le entrega su moneda y con él mismo inicia la siguiente vuelta. Procede de esta manera hasta haber repartido todas las monedas.



¿Cuántas monedas le tocaron a cada nieto?

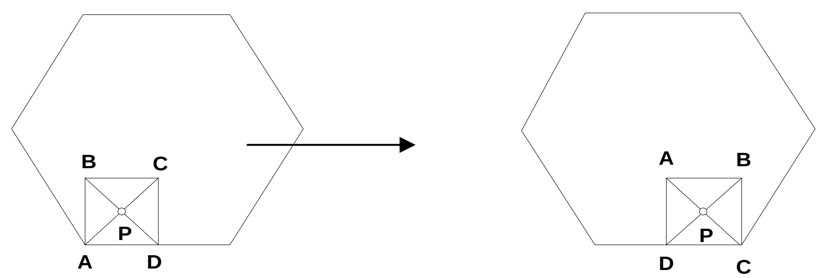
¿A cuál de los nietos le entregó la última moneda?

Problema 4:
Encontrar el residuo de dividir el Número N entre 5:

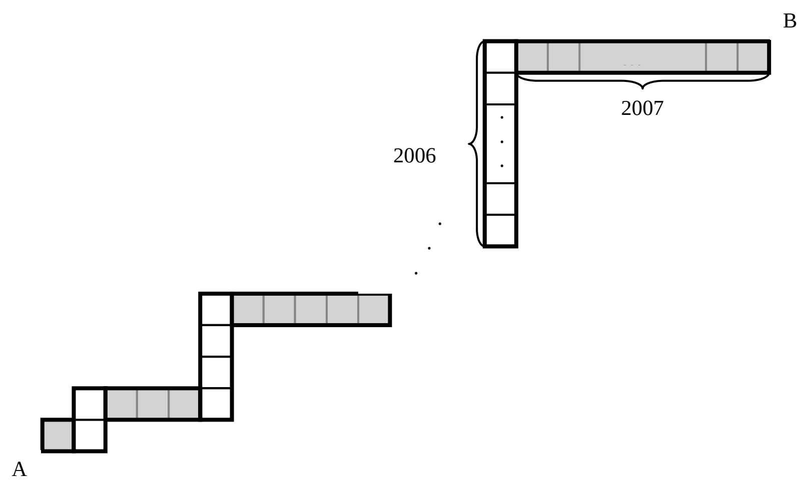
$$N= 1 + 4 + 4^2 + 4^3 + 4^4 +. . .+4^{2007}$$

Problema 5:
En la esquina inferior izquierda de un hexágono regular de lado 4 metros se coloca un cuadrado de lado 2 metros, tal y como se observa en la parte izquierda de la figura.

El cuadrado “rueda” sin deslizarse sobre los lados del hexágono y por la parte interior de éste, girando en el sentido inverso de las agujas del reloj y manteniendo siempre un vértice apoyado en un lado del hexágono (el primer movimiento aparece en la figura). Cuando el punto P que es la intersección de las diagonales del cuadrado, vuelve a su posición inicial, ¿Cuántos metros habrá recorrido?



Problema 6:
Tengo 2007 rectángulos de dimensiones 1x1, 1x2, 1x3,…, 1x2007 y los coloco en ese orden poniendo uno horizontal, luego otro vertical para formar una escalera de la siguiente forma:



¿Cuánto mide el segmento que va desde el punto A hasta el punto B?

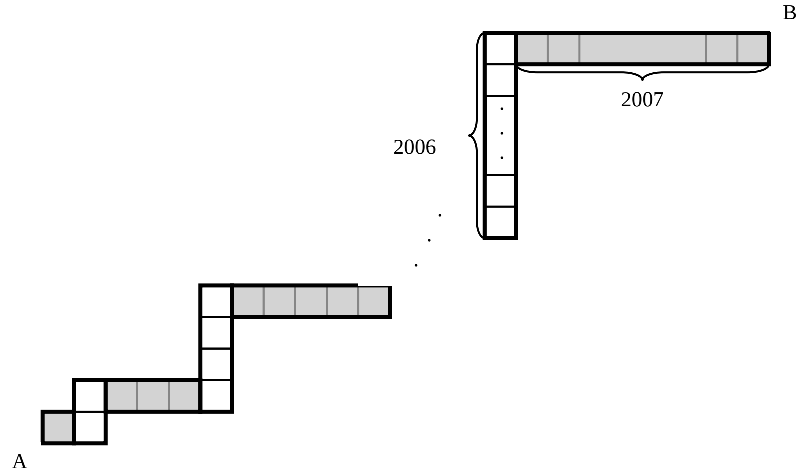
EXAMEN NACIONAL DE LA 7ª ONMAS NIVEL 2

Problema 1:
Juan tiene la lista de todos los números de 8 dígitos que se pueden formar con cuatro 1's y cuatro 2's. José tiene la lista de todos los números de cuatro dígitos que se pueden formar con los dígitos 1, 2, 3 y 4 y que tenga la misma cantidad de 1's que de 2's. Por ejemplo: 1234, 3343, 1122, etc. ¿Quién tiene más números en su lista?

Problema 2:
En un cuadrilátero *ABCD*, con ángulos interiores menores a 180º, los lados *AB, BC y CD* son iguales. También sabemos que *AD* = *AC* = *BD*. Encuentra la medida del ángulo *ABC.*

Problema 3:
Se tiene una balanza de dos platillos y un número ***n*** de piezas de idéntica apariencia, de las que una tiene un peso mayor al de las demás. ¿Cuál debe ser el valor máximo de ***n***, para encontrar la pieza de peso diferente en a lo más cuatro pesadas?

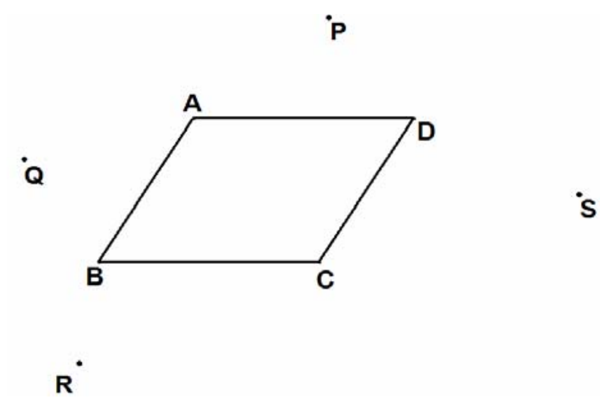
Problema 4:
Tengo 2007 rectángulos de dimensiones 1x1, 1x2, 1x3,…, 1x2007 y los coloco en ese orden poniendo uno horizontal, luego otro vertical para formar una escalera de la siguiente forma:



¿Cuánto mide el segmento que va desde el punto A hasta el punto B?

Problema 5:
Los números enteros a, b satisfacen la igualdad $2007a = 7002b$. Prueba que $a + b$ no es primo.

Problema 6:
Sea ABCD un paralelogramo. Se escogen los puntos P, Q, R, y S exteriores al paralelogramo. Sean M_1 y M_2 puntos medios de PA y AQ respectivamente y G_1 la intersección de QM_1 y PM_2. (G_1 es el gravicentro del triángulo PAQ), de la misma manera se localizan los puntos G_2, G_3 y G_4 en los triángulos QRB, RSC y SPD respectivamente. Demuestre que $G_1G_2G_3G_4$ es un paralelogramo.



SOLUCIONES

Solución 1.
Como tenemos que los ángulos de un triángulo están en proporción 2:3:4, supongamos que éstos tienen medidas $2x$, $3x$ y $4x$. Lo que nosotros sabemos es que la suma de estos tres ángulos debe ser igual a 180º. Así que:

$$2x + 3x + 4x = 180$$

$$9x = 180$$

$$x = \frac{180}{9} = 20^{\circ}$$

Esto quiere decir que los ángulos del triángulo son de 40º, 60º y 80º. Finalmente, como nos preguntan la suma de los dos ángulos menores, ésta es igual a 100º.

Solución 2.
La probabilidad de un evento se calcula dividiendo el número de casos probables entre el número de casos posibles.

En este caso el número de casos posibles se refiere al total de casos en que podemos obtener utilizando los dígitos 1, 2, 3 y 4, éstos son:

1 + 2 = 3
1 + 3 = 4
1 + 4 = 5
2 + 3 = 5
2 + 4 = 6
3 + 4 = 7

Observemos que tenemos un total de 6 casos posibles, de los cuales sólo dos cumplen que la suma es múltiplo de 3. Así que la probabilidad es igual a $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Solución 3.
Veamos la siguiente tabla:

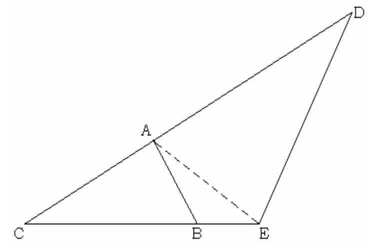
	Mentolados	Extra largos	Con filtro
Pedro	SI		NO
Roberto	NO	SI	
Óscar			SI

Observemos que como Óscar sólo pone una condición para sus cigarros, vemos que para que Joel no le dé, tiene que comprar cigarros sin filtro. Además, Pedro fuma cigarros sin filtro (condición que se cumple), así que Joel tiene que comprar cigarros no mentolados. Finalmente, para no ofrecerle a Roberto tiene que comprar cigarros cortos.

Así que los cigarros de Joel deben ser sin filtro, no mentolados y cortos.

Solución 4.

Sabemos que área(ABC) = 3, CA = 4, AD = 6, CB = 6 y BE = 2. El área del triángulo ABC se obtiene multiplicando la base BC por la altura y dividiendo entre 2; eso quiere decir que la altura que sale del vértice A mide 1.



Ahora tracemos el segmento AE, observemos que el triángulo ABC y el ABE tienen la misma altura (que mide 1) y la base del triángulo ABE mide 2, entonces el área del triángulo ABE es 1.

El área del triángulo ACE es igual a 4, ya que es la suma de las áreas de los triángulos ABC y ABE. Si de este triángulo tomamos como base el lado AC, la altura que sale del vértice E debe medir 2 (porque AC = 4 y su área es 4). Aquí también sucede que la altura es compartida por los triángulos ACE y ADE, así que el área del triángulo ADE es igual a 6, porque su base AD mide 6 y su altura mide 2. Finalmente, el área del triángulo CDE es igual a la suma de las áreas de los triángulos ACE y ADE, así que es igual a 10.

Solución 5.

Para cada uno de los incisos, basta con encontrar el mínimo común múltiplo de los segundos que tarda cada color:

(a) El mínimo común múltiplo de 16 y 45 es 720, así que coinciden cada 12 minutos.
(b) El mínimo común múltiplo entre 16 y 140 es 560, así que coinciden cada 9 minutos con 20 segundos.
(c) El mínimo común múltiplo entre 45 y 140 es 1260, así que coinciden cada 21 minutos.
(d) Finalmente, el mínimo común múltiplo entre 16, 45 y 140 es 5040, así que coinciden cada 84 minutos.

Solución 6.

(a) Primero contemos el valor total de los objetos; al calcular la suma 1 + 2+ … + 50 sabemos que en total los objetos valen 1275 quacks. Como la herencia del hijo menor debe ser la mitad que la del mayor, eso significa que el menor tendrá la tercera parte del total, es decir 425 quacks y 850 para el mayor.
Una forma de la herencia del hijo menor es teniendo los siguientes objetos:

$$50 + 49 + 48 + 47 + 46 + 45 + 44 + 43 + 42 + 41 + 20 = 425 \text{ quacks}$$

y para el mayor es el resto de los siguientes objetos.

(b) Si ahora el rey perdió el objeto que vale 50 quacks, tendrá 1225 quacks para dejar de herencia, por lo que al menor le tocaría la tercera parte que es 408.333, por lo que no se pueden repartir los objetos.

Solución 7.

Como el área del cuadrado sombreado (x^2) es una tercera parte del cuadrado grande (y^2), entonces tenemos que $\frac{x^2}{y^2} = \frac{1}{3}$. Pero como queremos conocer $\frac{x}{y}$, sólo sacamos raíz cuadrada a ambos lados:

$$\frac{x}{y}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

Solución 8.
Primero coloquemos las letras de la palabra OSA en tres dados distintos:

Dado 1	O					
Dado 2	S					
Dado 3	A					

Como se puede formar la palabra ESA, quiere decir que la E está en el dado 1:

Dado 1	O	E				
Dado 2	S					
Dado 3	A					

Como se pueden formar las palabras ATE y CAE, quiere decir que la T y la C están en el dado 2:

Dado 1	O	E				
Dado 2	S	T	C			
Dado 3	A					

Como se puede formar la palabra SOL, entonces la letra L está en el dado 3:

Dado 1	O	E				
Dado 2	S	T	C			
Dado 3	A	L				

Como se puede formar la palabra GOL, entonces la letra G está en el dado 2:

Dado 1	O	E				
Dado 2	S	T	C	G		
Dado 3	A	L				

Como puedo formar la palabra MIA, la I y la A están en dados distintos, pero no puedo formar la palabra DIA, significa que la D está en el mismo lado que la I o que la A; además, podemos formar la palabra VID entonces la I y la D están en dados distintos. Por lo tanto, la D está en el mismo dado que la A, es decir, en el dado 3:

Dado 1	O	E				
Dado 2	S	T	C	G		
Dado 3	A	L	D			

Ahora observemos que la I está en el dado 1 o 2. Pero como podemos formar la palabra PIO, y la O está en el dado 1, entonces la I está en el dado 2 y la P en el dado 3:

Dado 1	O	E				
Dado 2	S	T	C	G	I	
Dado 3	A	L	D	P		

Ya mencionamos que podemos formar la palabra MIA, así que la M está en el dado 1:

Dado 1	O	E	M			
Dado 2	S	T	C	G	I	
Dado 3	A	L	D	P		

Para formar la palabra VID, la D está en el dado 1:

Dado 1	O	E	M	V		
Dado 2	S	T	C	G	I	
Dado 3	A	L	D	P		

Se pueden formar las palabras SUR y REY, así que la R no puede estar con la S ni con la E, así que está en el dado 3, además la letra U está en el dado 1 y la letra Y está en el dado 2:

Dado 1	O	E	M	V	U	
Dado 2	S	T	C	G	I	Y
Dado 3	A	L	D	P	R	

Para formar la palabra RIN la N debe estar en el dado 1 y finalmente la F está en el dado 3:

Dado 1	O	E	M	V	U	N
Dado 2	S	T	C	G	I	Y
Dado 3	A	L	D	P	R	F

Solución 9.

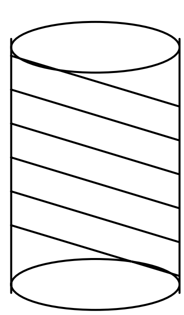
Factorizando en primos, el número nos queda como $2^6 \times 3^{20}$. Para obtener el número de divisores de un número, lo que tenemos que hacer es sumarle uno a todos los exponentes de sus factores primos y multiplicarlos entre sí, esto es:

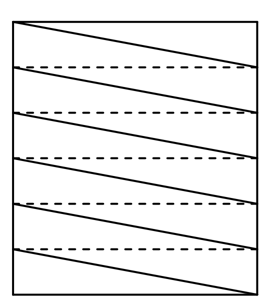
$$(6+1)(20+1) = 7 \times 21 = 147 \text{ divisores}$$

Ahora, encontremos el número de divisores menores o iguales que 12. Los divisores son: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, y 12. Así, que hay 147 – 8 = 139 divisores mayores que 12.

Solución 10.

Observemos que si al cilindro le hacemos un corte vertical obtenemos el rectángulo de la figura de la derecha:





Ahora observemos que se forman 6 rectángulos, en donde la longitud de la tira es la suma de las 6 diagonales de cada rectángulo, por lo que basta encontrar la longitud de una de ellas.

La altura de cada rectángulo viene a ser la sexta parte de la altura total del cilindro, es decir $\frac{50\pi}{6}=\frac{25\pi}{3}$ y la base es el perímetro del círculo, es decir $P=2\pi r=2\pi(10)=20\pi$.

Aplicando el Teorema de Pitágoras en un rectángulo para obtener su diagonal tenemos que su longitud d es:

$$d=\sqrt{(20\pi)^2+\left(\frac{25\pi}{3}\right)^2}=\sqrt{400\pi^2+\frac{625\pi^2}{9}}$$

$$d=\sqrt{\frac{3600\pi^2+625\pi^2}{9}}\sqrt{\frac{4225\pi^2}{9}}=\frac{\sqrt{4225\pi^2}}{\sqrt{9}}=\frac{65\pi}{3}$$

Pero como la longitud total es 6 veces ese resultado, eso quiere decir que la longitud de la tira roja es 130π.

Solución 11.

De las condiciones, sabemos que el dígito c es par y que $d=5$. Como el número def debe ser múltiplo de 11 y $d=5$, entonces basta con encontrar los números entre 500 y 600 que son múltiplos de 11: 506, 517, 528, 539, 550, 561, 572, 583, 594. De estos números el único que cumple es el 561, ya que los demás utilizan cifras que no podemos utilizar para este problema. Así, $e=6$ y $f=1$.

También sabemos que el número cde debe ser múltiplo de 3, o sea, el $c56$ debe ser múltiplo de 3. Sólo hay dos opciones, que $c=1$ o $c=4$, pero como abc es múltiplo de 4, c debe ser par, por lo tanto $c=4$.

Finalmente, nos quedan dos opciones $a=2, b=3$ o $a=3, b=2$, de las cuales la primera no cumple con que el número 234 es múltiplo de 4, pero la segunda sí. Por lo tanto, el número de seis cifras buscado es 324561.

Solución 12.

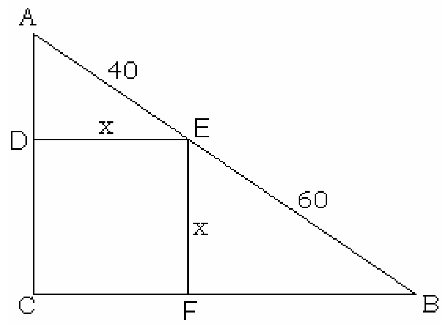
El número $4^{1000}\cdot 5^{2002}$ se puede expresar como $2^{2000}\cdot 5^{2002}$. Hay que notar que yo obtengo un cero al final de un número, por cada factor 10 que éste tenga. Para formar un factor 10, debo tener un factor 2 y un factor 5, por lo que el número M lo puedo expresar como $\left(2^{2000}\cdot 5^{2000}\right)\cdot 5^2$ o mejor dicho $10^{2000}\cdot 25$, esto significa que el número M es de la forma:

$$25\,\underbrace{00000\ \ldots\ldots\ 00000}_{2000}$$

Por lo tanto, tiene 2000 ceros.

Solución 13.

Primero nombremos los otros vértices del cuadrado como D, E y F. Notemos que los triángulos ADE, EFB y ACB son semejantes, ya que los ángulos DAE y FEB son iguales, así como los ángulos AED y EBF.



Entonces, como ADE y EFB son semejantes tenemos que:

$$\frac{AD}{EF} = \frac{AE}{EB} = \frac{DE}{FB}$$

y como son triángulos rectángulos, $AD = \sqrt{1600 - x^2}$. Así,

$$\frac{AD}{EF} = \frac{AE}{EB} \quad \text{por lo que} \quad \frac{\sqrt{1600 - x^2}}{x} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt{1600 - x^2} = \frac{2}{3}x$$

$$1600 - x^2 = \left(\frac{2}{3}x\right)^2 = \frac{4}{9}x^2$$

$$1600 = \frac{13}{9}x^2$$

$$\frac{14400}{13} = x^2$$

$$x = \sqrt{\frac{14400}{13}} = \frac{120}{\sqrt{13}}$$

Para calcular los catetos tenemos que:

$$AC = x + \sqrt{1600 - x^2} = \frac{120}{\sqrt{13}} + \sqrt{1600 - \frac{14400}{13}} =$$

$$= \frac{120}{\sqrt{13}} + \sqrt{\frac{6400}{13}} = \frac{120}{\sqrt{13}} + \frac{80}{\sqrt{13}} = \frac{200}{\sqrt{13}}$$

$$BC = x + \sqrt{3600 - x^2} = \frac{120}{\sqrt{13}} + \sqrt{6400 - \frac{14400}{13}} =$$

$$= \frac{120}{\sqrt{13}} + \sqrt{\frac{32400}{13}} = \frac{120}{\sqrt{13}} + \frac{180}{\sqrt{13}} = \frac{300}{\sqrt{13}}$$

Solución 14.

En realidad lo que tenemos que contar es la forma de dejar dos casillas vacías que no queden en la misma columna.

El total de maneras de dejar dos casillas vacías del tablero es igual a:

$$\frac{8 \times 7}{2} = 28 \text{ maneras.}$$

Pero a ese total le debemos restar los casos en que las dos casillas vacías están en la misma columna, que son 4 (ya que son 4 columnas de 2 casillas). Así que las fichas se pueden acomodar de 24 formas distintas.

Solución 15.

Obtengamos las tercias de dígitos cuya suma es 24:

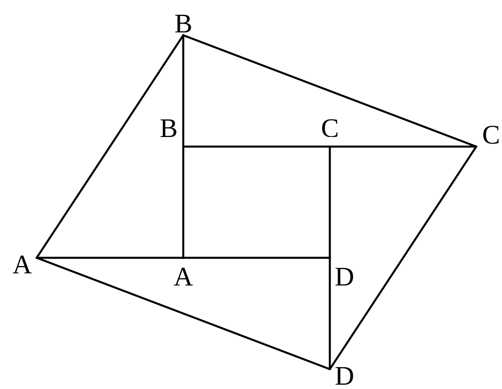
9 + 9 + 6 $\rightarrow$ 699, 969, 996

9 + 8 + 7 $\rightarrow$ 789, 798, 879, 897, 978, 987

8 + 8 + 8 $\rightarrow$ 888

Por lo tanto, hay 10 números distintos.

Solución 16.



Observemos uno de los triángulos formados. En ese triángulo, por ejemplo el AA'B', su base AA' tiene exactamente la misma base que el rectángulo ABCD (ya que AD = AA' = b) pero la altura de ese triángulo es el doble que la altura del rectángulo (ya que AB' = 2AB = 2h). Esto quiere decir que el área del rectángulo es b x h, y el área del triángulo es $\frac{b \cdot 2h}{2} = b \cdot h$, por lo tanto tienen la misma área.

Esto sucede para los cuatro triángulos, así el área del cuadrilátero A'B'C'D' es 5 veces el área del rectángulo ABCD, es decir 55 cm^2 .

Solución 17.

Primero observemos que W = 1, ya que no puede ser 0 porque entonces el número WXYZ no sería de cuatro dígitos, y no puede ser 2 o más porque al multiplicar WXYZ por 9 el resultado sería de 5 cifras.

Como al multiplicar el dígito Z por 9 el resultado tiene que ser W = 1, entonces Z = 9 (ya que 9 x 9 termina en 1).

Ahora, como W = 1 por 9 nos da Z = 9, entonces al multiplicar X por 9 no tenemos que llevar nada, entonces tenemos dos opciones: X = 0 o X =1. Si X = 1, observemos que al multiplicar Y por 9 y sumarle 8 (porque llevamos 8 de la multiplicación de Z por 9) el único número que nos puede dar 1 es Y = 7 y no cumple queda ya que quedaría:

$$\begin{array}{r} 1179 \; \times \\ 9 \; \\ \hline 9711 \; \end{array}$$

Así que X = 0, para que esto suceda Y vale 8 y sí cumple y queda de la siguiente forma:

$$\begin{array}{r} 1089 \; \times \\ 9 \; \\ \hline 9801 \; \end{array}$$

Por lo tanto, W = 1, X = 0, Y = 8 y Z = 9.

Solución 18.
(a) Primero llenemos los primeros cinco renglones de la tabla, considerando que el número de empates es lo que faltan de puntos, y el número de derrotas es lo que falta para completar 5 partidos.

Equipo	Victorias	Empates	Derrotas	Puntos
A	3	1	1	10
B	2	2	1	8
C	2	1	2	7
D	1	3	1	6
E	1	1	3	4
F	?	?	?	4

Ahora observemos que el equipo F tuvo dos posibilidades para obtener 4 puntos:

(a) Ganar 1 partido, empatar 1 y perder 3
(b) Ganar 0 partidos, empatar 4 y perder 1

Ahora tenemos que ver que al sumar las victorias de todos los equipos debe ser igual a que sumemos las derrotas de todos ellos.

Si la opción (a) fuera verdadera, entonces tendríamos 10 victorias y 11 derrotas, así que la desechamos.

Si la opción (b) fuera verdadera, entonces tendríamos 9 victorias y 9 derrotas. Así que F no ganó ningún partido.

(b) Si A le ganó al equipo F, significa que F empató con B, C, D y E.

Ahora, veamos que D empató con F y con otros dos equipos, pero como D y E empataron solo una vez (y fue contra F), entonces D empató con A, B y F.

Solución 19.
Primero calculemos el número de semanas completas que hay en un año. Para eso dividamos 365 entre 7 y obtenemos 52 y nos sobra 1.

Eso quiere decir que sólo tenemos 52 semanas, pero existe un día que aparece 53 veces en el calendario, y ese día es el domingo. Esto quiere decir que el 1º de enero de ese año es domingo, así que solo basta calcular el día que cayó el 24 de enero:

D	L	M	Mi	J	V	S
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

Por lo tanto, el 24 de enero cayó en martes. Así que los días de la semana en los que no pudo haber caído son domingo, lunes, miércoles, jueves, viernes y sábado.

Solución 20.
Acomodemos la igualdad de la siguiente forma:

$$\begin{array}{r} 2ba\ \times \\ 3 \\ \hline 6ca \end{array}$$

Si nos fijamos los únicos dos valores que puede tomar **a** son 0 y 5 (ya que al multiplicar **a** por 3, nos da el mismo dígito **a**).

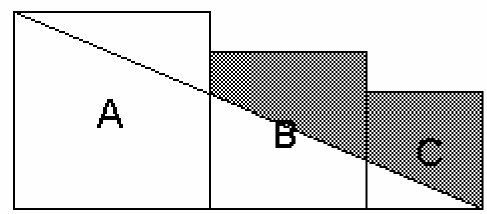
Caso 1. **a** = 0
Si nos fijamos, 3 x **b** nos da el dígito **c** exactamente y no llevamos nada ya que 3 x 2 = 6 y 3 x 0 = 0. Así que **b** puede ser 0, 1, 2 y 3, pero como **a** ya vale 0, entonces sólo puede valer 1, 2 y 3. Así que en este caso tenemos los valores:

- **a** = 0, **b** = 1, **c** = 3
- **a** = 0, **b** = 2, **c** = 6
- **a** = 0, **b** = 3, **c** = 9

Caso 2. **a** = 5
En este caso tenemos que 3 x **b** + 1 = **c**, ya que llevamos uno de la multiplicación de 3 x 5 = 15. Así que ahora **b** puede ser 0, 1 y 2, para que **c** sea 1, 4 y 7. Por lo que en este caso tenemos los valores:

- **a** = 5, **b** = 0, **c** = 1
- **a** = 5, **b** = 1, **c** = 4
- **a** = 5, **b** = 2, **c** = 7

Solución 21.
Nombremos a los vértices que vamos a utilizar en la solución.



Observemos que AB y CD son paralelas así que los triángulos ABE y CDE son semejantes. Debido a que AB = 5 y CD = 7, esos triángulos están en razón 5 a 7.

Por lo tanto, por semejanza entre los triángulos ABE y CDE:

$$\frac{AB}{CD}=\frac{BE}{DE}=\frac{EA}{EC}=\frac{5}{7}$$

Así que 7BE = 5DE y BE + DE = 5, entonces $BE=\frac{25}{12}$ y $CE=\frac{35}{12}$

El área del triángulo ABE es igual $\frac{\left(\frac{25}{12}\right)(5)}{2}=\frac{125}{24}$.

Ahora observemos que la suma de las áreas de los tres cuadrados es igual a la suma del área del triángulo ABE, del triángulo ADF y el área sombreada.
Como la suma de las áreas de los 3 cuadrados es de 25 + 16 + 9 = 50, entonces tenemos que:

área (ABE) + área(ADF) + área (Sombreada) = 50

Pero área (ABE) = $\frac{125}{24}$ y área (ADF) = 30, así que:

$\frac{125}{24}$+30+área (Sombrada) = 50

área (Sombreada) = 50 – 30 – $\frac{125}{24}$ = $\frac{365}{24}$

Solución 22.
Numeremos nuestras condiciones del 1 al 5 y entre paréntesis se pondrá la condición en la que nos estemos basando.

Si Beatriz es esposa de Gustavo, entonces debió jugar contra Federico (3) pero como Beatriz jugó contra Eduardo (1), entonces no es esposa de Gustavo. De la misma manera, podemos deducir que no es esposa de Eduardo ya que la esposa de Eduardo jugó contra Gustavo (5) pero Beatriz jugó contra Eduardo (1). Por lo tanto, Beatriz sólo puede ser esposa de Federico o de Humberto.

Si Eduardo fuera esposo de Clara, entonces debió jugar contra Alicia (2) pero como Eduardo jugó contra Beatriz, entonces no es esposo de Clara. De la misma manera, podemos llegar a que Eduardo no es esposo de Alicia, ya que el esposo de Alicia jugó contra Daniela (4), pero Eduardo jugó contra Beatriz (1). Por lo tanto, Eduardo sólo puede ser esposo de Beatriz o de Daniela. Pero, si observamos el párrafo anterior, llegamos a que Beatriz y Eduardo no pueden ser esposos, así que Daniela y Eduardo son esposos.

Como Gustavo jugó contra la esposa de Eduardo (5) entonces Daniela jugó contra Gustavo y como Daniela jugó contra el esposo de Alicia (4), entonces Gustavo y Alicia son esposos.

Como Federico jugó contra la esposa de Gustavo (3) entonces Alicia jugó contra Federico y como Alicia jugó contra el esposo de Clara (2), entonces Federico y Clara son esposos. La pareja de esposos que falta es la formada por Beatriz y Humberto.

Analizando, los juegos fueron Beatriz-Eduardo, Daniela-Gustavo, Federico-Alicia y Humberto-Clara. Así que Clara jugó contra Humberto.

Finalmente, las parejas de esposos son: Alicia-Federico, Beatriz-Humberto, Clara-Federico y Daniela-Eduardo.

Solución 23.

(a) Observemos que tenemos que subir 11 pisos. Para subir 11 pisos, el mínimo número de veces que tenemos que apretar el botón verde es de 3 (para subir 15 pisos, ya que el otro elevador baja) y con esto, tenemos que apretar 2 veces el botón rojo.
Por otro lado, si sólo apretáramos el botón verde saliendo desde el piso 5, sólo podemos caer en pisos que son múltiplos de 5, así que es necesario apretar dos veces el botón rojo (como mínimo) para caer en un número que termine en 1 o en 6 (para terminar en el piso 16).
Así que el mínimo número de veces que tenemos que apretar los botones del elevador es 5.

(b) Como tenemos que apretar dos veces el botón rojo y tres veces el botón verde, entonces tenemos que hay:

B1	Piso	B2	Piso	B3	Piso	B4	Piso	B5	Piso
R	3	R	1	V	6	V	11	V	16
R	3	V	8	R	6	V	11	V	16
R	3	V	8	V	13	R	11	V	16
R	3	V	8	V	13	V	18	R	16
V	10	R	8	R	6	V	11	V	16
V	10	R	8	V	13	R	11	V	16
V	10	R	8	V	13	V	18	R	16
V	10	V	15	R	13	R	11	V	16
V	10	V	15	R	13	V	18	R	16
V	10	V	15	V	20	R	18	R	16

Si observamos la tabla, vemos que sólo hay diez secuencias posibles de apretar los botones. (La Tabla se hizo para ver que el elevador no se rompía por no haber suficientes pisos por arriba o por abajo).

Solución 24.
Si 6 libros cuestan menos de $8,000 significa que cada libro cuesta menos de $1,333.33.

Si 7 libros cuestan más de $8,000 significa que cada libro cuesta más de $1,142.86.

Ahora vamos a buscar múltiplos de 180 que estén entre estos números (ya que son 180 alumnos y cada uno dio un número entero de pesos). Si dividimos 1142.86 entre 180 nos da 6.34, así tenemos que la siguiente lista de múltiplos de 180:

$$180 \times 6 = 1080$$
$$180 \times 7 = 1260$$
$$180 \times 8 = 1440$$

El único que cumple que es mayor que 1142.86 y menor que 1333.33 es el 1260, así que cada niño dio $7. Pero si el problema dice que la escuela puso $15 pesos a parte de lo que dieron los niños (que fue $1,260), entonces cada libro cuesta $1275.

Solución 25.
Primero quitemos la pisada del inicio y sólo contemos las 60 restantes. Ahora encontremos a que distancia coinciden las pisadas de Octavio y de su tío, para eso obtengamos el mínimo común múltiplo de 54 y 72 el cual es 216.

Eso quiere decir que cada 216 cm coinciden las pisadas, además cada 216 cm Octavio da 4 pasos y su tío 3, pero como coinciden al final, entre los dos dan 6 pisadas cada 216 cm.

Al terminar los 2160 cm, Octavio y su tío han dado las 60 pisadas necesarias en el problema. Así que el terreno mide 21.6 m de largo.

Solución 26.
Para numerar las páginas de 1 dígito, sólo se utiliza un 1.

Para numerar las páginas de 2 dígitos se utilizan 9 dígitos 1 en las unidades (de los números 11, 21,…, 91) y 10 en las decenas (de los números 10, 11,…, 19). Así que se usan 19 dígitos 1. Nos falta usar 131 dígitos 1.

Para numerar las páginas del 100 al 199 utilizamos 100 dígitos en las unidades (de todos los números del 100 al 199), 10 en las decenas (de los números 110, 111, …, 119) y 10 en las unidades (de los números 101, 111, …, 191). Así que aquí utilizamos 120 dígitos 1. Nos faltan por utilizar 11.

Ahora escribamos los siguientes números en los que se usa el dígito 1:
201, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 221,…

Veamos que el 11º dígito 1 se utiliza en el número 218. Por lo tanto, el último número que se escribe es el 218, ya que en el 219 ya se utiliza un 1 más.

Solución 27.
Primero observemos que:

- Dos dicen que Pepillo de Geometría.
- Dos dicen que Miriam de Geometría.
- Dos dicen que Karla de Lógica.
- Dos dicen que César de Teoría de Números.
- Uno dice que Pepillo de Combinatoria.
- Uno dice que Miriam de Teoría de Números.
- Uno dice que Karla de Combinatoria.
- Uno dice que César de Combinatoria.

Veamos, que automáticamente la última afirmación es falsa. Así que sólo tenemos que encontrar cinco falsas entre las demás. Analicemos los siguientes casos:

(a) Si a César le tocó Geometría. Entonces aquí las afirmaciones 1, 2, 3 y 8 son falsas. Lo que nos da 7 falsos, lo cual no es posible.
(b) Si a César le tocó Lógica. Hay al menos una afirmación falsa entre la 1 y la 2, así que ya llevamos dos falsos. Además en este caso las afirmaciones 3, 4 y 8 son falsas, así que nos dan 5 falsos más. Por lo tanto no se cumple.

De aquí concluimos que a César le tocó Teoría de Números y que por lo tanto, las afirmaciones 6 y 8 son falsas. Ahora observemos que a Karla le pudieron tocar tres temas: Geometría, Combinatoria y Lógica. Analicemos esos casos:

(a) Si a Karla le tocó Geometría. Las afirmaciones 1, 2, 3, 6 y 8 serían falsas, por lo que tendríamos 8 falsos, así que no cumple.

(b) Si a Karla le tocó Combinatoria. Hay al menos una afirmación falsa entre la 1 y la 2, así que ya llevamos dos falsos. Además en este caso las afirmaciones 3, 6 y 8 serían falsas, así que nos dan 5 falsos más, por lo que no se cumple.

Por lo tanto, a Karla le tocó Lógica.

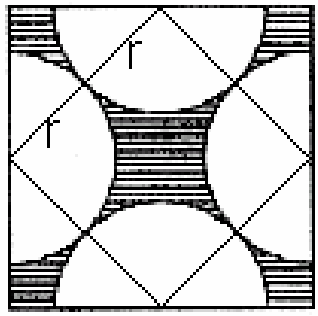
Finalmente, tenemos dos casos:

(a) Si a Pepillo le tocó Combinatoria. Aquí las afirmaciones 1, 6, 7 y 8 serían falsas y las afirmaciones 2, 3, 4 y 5 serían verdaderas; lo que nos da 5 falsos y 7 verdaderos. Así que no se cumple.

(b) Si a Pepillo le tocó Geometría. Aquí las afirmaciones 2, 5, 6, 7 y 8 serían falsas y las afirmaciones 1, 3 y 4 serían verdaderas; lo que nos da 6 falsos y 6 verdaderos, que es lo que queríamos.

Por lo tanto, a César le tocó Teoría de Números, a Karla Lógica, a Miriam Combinatoria y a Pepillo Geometría.

Solución 28.
Si unimos los centros de los círculos (que son los puntos medios del cuadrado) observamos que estas líneas pasan por el punto de tangencia, así que la longitud de cada una es de 2r, donde r es el radio de cada círculo.



Aplicando Teorema de Pitágoras en el triángulo con hipotenusa 2r, tenemos que:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2=(2r)^2$$

$$\frac{1}{2}=4r^2$$

$$r=\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

Finalmente, el área del la región sombreada es el área del cuadrado (la cual es 1) menos el área de las cuatro semicircunferencias. El área de cada semicircunferencia es:

$$\frac{\pi\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2}{2}=\frac{\pi}{16}$$

Por lo tanto, el área sombreada es igual a:

$$1-4\left(\frac{\pi}{16}\right)=1-\frac{\pi}{4}$$

Solución 29.
Un número de un dígito no cumple con la condición.

Ahora veamos para un número de dos dígitos ab. Éste debe cumplir que $10a+b=11(a+b)=11a+11b$. Despejando la letra a obtenemos que $a=-10b$, así que no cumple.

Para un número de tres dígitos abc se debe cumplir que

$$100a+10b+c=11(a+b+c)=11a+11b+11c$$

$$89a = 10c + b$$

Observemos que el máximo valor que puede obtener $10c + b$ es 99, así que $a = 1$. Finalmente obtenemos que $b = 9$ y $c = 8$.
Ahora demostremos que con números de cuatro dígitos o más no es posible:

$$1000a + 100b + 10c + d = 11(a + b + c + d)$$

el máximo valor de $11(a + b + c + d)$ es 396 (el cual no es un número de cuatro cifras).

Por lo tanto, el único número que cumple es el 198.

Solución 30.
El primer número que pone en la lista es el 2003.

Ahora vamos a obtener el segundo número de la lista: 20032 = 4012009 por lo que el segundo número es 4 + 0 + 1 + 2 + 0 + 0 + 9 + 1 = 17

Para obtener el tercer número de la lista hacemos lo mismo:
172 = 289 por lo que es el 2 + 8 + 9 + 1 = 20

Para obtener el cuarto número de la lista tenemos que:
202 = 400 por lo que es el 4 + 0 + 0 + 1 = 5

Para obtener el quinto número de la lista tenemos que:
52 = 25 por lo que es el 2 + 5 + 1 = 8

Para obtener el sexto número de la lista tenemos que:
82 = 64 por lo que es el 6 + 4 + 1 = 11

Para obtener el séptimo número de la lista tenemos que:
112 = 121 por lo que es el 1 + 2 + 1 + 1 = 5

Observemos que el cuarto y el séptimo número es el mismo; debido a que estoy aplicando la misma operación, entonces se van a repetir los números de aquí en adelante en grupos de 3.

Notemos también que el número que va a ir en las posiciones múltiplos de 3 es el 11, así que el 2001° número de la lista es el 11, el 2002° es el 5 y el 2003° es el 8.

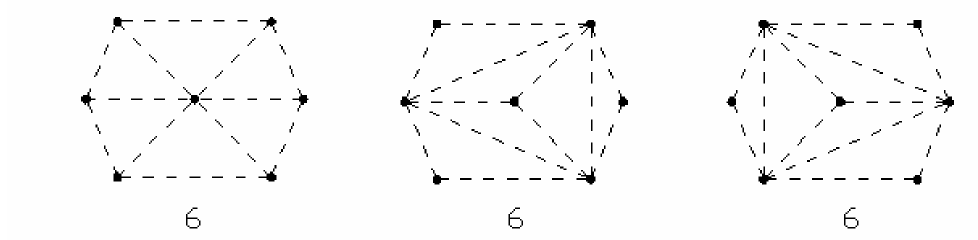
Solución a los Problemas del Examen Preselectivo en Colima en 2006

Solución 1:
Como sabemos, un triángulo se genera con tres vértices, por ello, vemos que se tienen 7 puntos y requerimos solo 3, entonces, el número de triángulos que se requieren son:

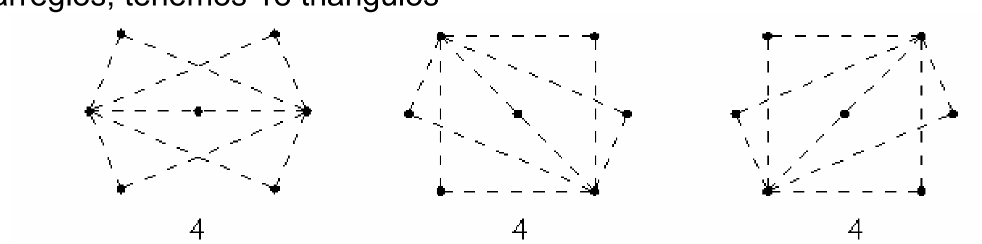
$$\binom{7}{3} = \frac{7!}{(7-3)!\cdot 3!} = \frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4!}{3\cdot 2\cdot 1\cdot 4!} = \frac{35\cdot 6}{6} = 35$$

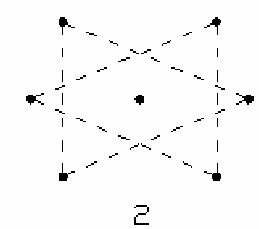
Ahora bien, si tres puntos se encuentran sobre una misma línea (son colineales), entonces esos 3 puntos generan un triángulo degenerado, siendo que en este caso, se tienen 3 de ellos, los cuales deben restarse a los 35 primeros, para que tengamos que entonces se pueden construir en ese diagrama 32 triángulos.

Solución Alternativa:
Se obtienen todos los diagramas para de esa manera encontrar todos los triángulos que se pueden construir con esos puntos como vértices, siendo las siguientes configuraciones:



En estos arreglos, tenemos 18 triángulos





En estas configuraciones tenemos 14 triángulos mas, teniéndose en total 32 triángulos que se pueden construir.

Solución 2:
Primeramente procedemos a determinar los valores de los lados que conocemos, en relación a que conocemos algunas relaciones entre ellos:
AB = 2·AD, DR = BM

$[ABCD] = 32 = AB \cdot AD = 2 \cdot AD \cdot AD = 2 \cdot AD^2$

Entonces tenemos que: $AD^2 = \frac{32}{2} = 16 \quad \Rightarrow \quad AD = 4$

y de lo anterior, tenemos que, *AB = 8,* y *BM = 2 = DR,* ya que *M* es punto medio de *BC*, procediendo a determinar los valores que se requieren, teniéndose entonces:
RC = AB – DR = 8 – 2 = 6

Entonces $[ADR] = \frac{4 \cdot 2}{2} = 4$, $[ABM] = \frac{8 \cdot 2}{2} = 8$ y $[MCR] = \frac{6 \cdot 2}{2} = 6$, por lo que el área del triángulo $[ARM] = [ABCD] - [ADR] - [ABM] - [MCR] = 32 - 4 - 8 - 6 = 14$

Ahora procedemos con la información anterior a determinar los lados del triángulo *ARM*, para con ello poder determinar el perímetro del mismo:

$$AR = \sqrt{AD^2 + DR^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}$$

$$RM = \sqrt{RC^2 + CM^2} = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40}$$

$$MA = \sqrt{MB^2 + BA^2} = \sqrt{2^2 + 8^2} = \sqrt{68}$$

Entonces, el perímetro del triángulo *ARM* es:

$$\sqrt{20} + \sqrt{40} + \sqrt{68} = 2\sqrt{5} + 2\sqrt{10} + 2\sqrt{17} = 2\left(\sqrt{5} + \sqrt{10} + \sqrt{17}\right)$$

Solución 3:

Para que se vuelva a tachar uno de los ya tachados, debe ser el 1 el primero.
Esto nos hace calcular el mínimo común múltiplo de 15 y 1000 para saber después de cuántas vueltas completas se vuelve a tachar el 1.

El mínimo común múltiplo es 3000, así que se debe dar tres vueltas para tachar. En la primera vuelta se van a tachar todos los números que dejan residuo 1 al dividirse entre 15. El último número que se tacha en la primera vuelta es el 991 y el siguiente que se tacha es el 6.

Así que en la segunda vuelta se van a tachar todos los números que dejan residuo 6 al dividirse entre 15. El último número que se tacha en la segunda vuelta es el 996 y el siguiente que se tacha es el 11.

Así que en la última vuelta se van a tachar todos los números que dejan residuo 11 al dividirse entre 15. El último número que se tacha en la tercera vuelta es el 986 y el siguiente es el 1. Por lo que ya terminamos el proceso.

Si nos fijamos, hemos tachado todos los números que terminan en 1 o en 6. Así que tachamos la quinta parte de los números, es decir, 200. Por lo tanto, quedaron sin tachar 800 números.

Solución 4:

Para que se vuelva a tachar uno de los ya tachados, debe ser el 1 el primero.
Esto nos hace calcular el mínimo común múltiplo de 15 y 1000 para saber después de cuántas vueltas completas se vuelve a tachar el 1.

El mínimo común múltiplo es 3000, así que se debe dar tres vueltas para tachar. En la primera vuelta se van a tachar todos los números que dejan residuo 1 al dividirse entre 15. El último número que se tacha en la primera vuelta es el 991 y el siguiente que se tacha es el 6.

Así que en la segunda vuelta se van a tachar todos los números que dejan residuo 6 al dividirse entre 15. El último número que se tacha en la segunda vuelta es el 996 y el siguiente que se tacha es el 11.

Así que en la última vuelta se van a tachar todos los números que dejan residuo 11 al dividirse entre 15. El último número que se tacha en la tercera vuelta es el 986 y el siguiente es el 1. Por lo que ya terminamos el proceso.

Si nos fijamos, hemos tachado todos los números que terminan en 1 o en 6. Así que tachamos la quinta parte de los números, es decir, 200. Por lo tanto, quedaron sin tachar 800 números.

Solución 5:
Supongamos que cada esposo compró *m* cerdos a *m* pesos y su esposa compró *n* cerdos a *n* pesos. Quiere decir que el esposo gastó m^2 pesos y su esposa gastó n^2. Por lo tanto, $m^2 - n^2 = 63$, que escrito de otra forma es $(m+n)(m-n) = 63$

Ahora factoricemos el 63 = $3^2 \times 7$, así que podemos formar tres parejas de números cuyo producto me de 63: 1×63, 3×21 y 7×9.

Como *m* + *n* es mayor que *m* – *n*, entonces obtenemos tres casos:

Caso 1.

$\begin{cases} m+n=63 \\ m-n=1 \end{cases}$ de donde obtenemos que $m=32$ y $n=31$.

Caso 2.

$\begin{cases} m+n=21 \\ m-n=3 \end{cases}$ de donde obtenemos que $m=12$ y $n=9$.

Caso 3.

$\begin{cases} m+n=9 \\ m-n=7 \end{cases}$ de donde obtenemos que $m=8$ y $n=1$.

Por lo tanto, los hombres compraron 31, 12 y 8 cerdos y las mujeres 31, 9 y 1.
Como Horacio compró 23 cerdos más que María, entonces Horacio compró 32 y María 9. Como Elías compró 11 más que Gertrudis, entonces Elías compró 12 y Gertrudis 1. Finalmente, Cornelio compró 8 cerdos y Ana compró 31.

Así que las parejas son: Horacio – Ana, Elías – María y Cornelio – Gertrudis.

Solución 6:
Suponemos que el ancho es *a* y el largo es *b*, entonces el volumen del prisma es:

$$10 \cdot a \cdot b = 1440 \quad \Rightarrow \quad a \cdot b = \frac{1440}{10} = 144 \qquad (1)$$

Ahora bien, si al ancho del nuevo prisma (después del corte) le llamamos *x*, el volumen es:

$$10 \cdot b \cdot x = \frac{1440}{3} = 480 \quad \Rightarrow \quad b \cdot x = \frac{480}{10} = 48 \qquad (2)$$

Y también conocemos el valor de la superficie del nuevo prisma, la cual es:

$$2(10 \cdot b) + 2(10 \cdot x) + 2(b \cdot x) = 616 \qquad (3)$$

Sustituyendo *(2)* en *(3)*, tenemos:

$$20 \cdot b + 20 \cdot x + 2(48) = 616$$
$$20(b+x) = 616 - 96$$

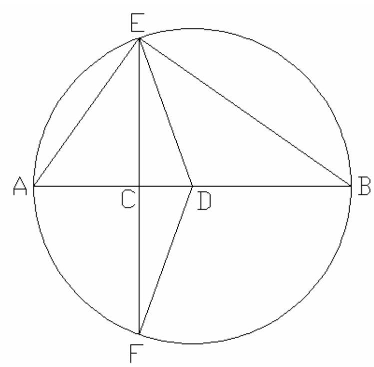
$$b+x=\frac{520}{20}=26$$
$$x=26-b \qquad (4)$$
Sustituyendo *(4)* en *(2)*, tenemos:
$$b(26-b)=48$$
$$b^2-26b+48=0$$
$$(b-2)(b-24)=0$$
$$b=2 \quad \text{o} \quad b=24$$
Como existen 2 valores para *b*, entonces tenemos 2 valores posibles para *a*, los cuales se obtienen de sustituir estos valores en la expresión *(1)*, teniéndose que:

Si *b* = 2, entonces $a=\frac{144}{2}=72$, y las medidas del prisma son 2 x 72 x 10

Si *b* = 24, entonces $a=\frac{144}{24}=6$, y las medidas del prisma son 24 x 6 x 10

Solución Examen Nacional de la 5ª ONMAS

Solución 1.
De la información que se tiene, construimos la siguiente figura:



De lo anterior, podemos determinar algunas expresiones algebraicas, tales como:
$$AC=\frac{CB}{2}=\frac{AB}{3} \qquad \text{y} \qquad AD=\frac{AB}{2}$$

Además de que el área del triángulo *ABE* es 60 cm^2, entonces:
$$(ABC)=60=\frac{AB\cdot CE}{2}$$

Entonces tenemos que $AB\cdot CE=120$, de donde $CE=\frac{120}{AB}$. Ahora bien, el área del triángulo *DEF* es:
$$(DEF)=\frac{EF\cdot CD}{2}=\frac{2\cdot CE\cdot CD}{2}=CE\cdot CD$$

Ahora bien, $CD = AD - AC = \dfrac{AB}{2} - \dfrac{AB}{3} = \dfrac{AB}{6}$

Por lo tanto, el área del triángulo *DEF* es:

$$(DEF) = CE \cdot CD = \left(\frac{120}{AB}\right) \cdot \left(\frac{AB}{6}\right) = \frac{120}{6} = 20$$

Por lo que el área del triángulo *DEF* es 20 cm^2.

Solución 2.
Para que un año sea superolimpico, se requiere que **N** $\mid$ **2000 + N**, de esto podemos ver que entonces lo que necesitamos es que **N** $\mid$ **2000**, entonces **N** debe ser un divisor de **2000**, y los divisores de **2000** son:

1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 50, 80, 100,
125, 200, 250, 400, 500, 750, 1000 y 2000

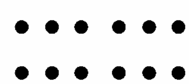
Por lo que los años superolimpicos son:

2001, 2002, 2004, 2005, 2008, 2010, 2016, 2020, 2040, 2050
2080, 2100, 2125, 2200, 2250, 2400, 2500, 2750, 3000, 4000

Solución 3.
Como debe ser una progresión aritmética, entonces el orden de las fichas debe ser:

$$\boxed{x \mid y}\ \boxed{y \mid x+d}\ \boxed{x+d \mid y+d}\ \boxed{y+d \mid x+2d}\ \boxed{x+2d \mid y+3d}\ \ldots$$

donde x, y $\in$ {1, 2, 3, 4, 5, 6}

y la ficha $\boxed{x+2d \mid y+3d}$ es a lo máximo la ficha , teniéndose entonces que dependiendo de la diferencia (d), los valores de *y* + *3d* + *x* + *2d* es a lo mas 12 y como consecuencia el valor mínimo es 5.

Si d = 1, entonces:

$x + 2 \leq 6$ $\quad\quad$ $y + 3 \leq 6$
$x \leq 4$ $\quad\quad$ $y \leq 3$

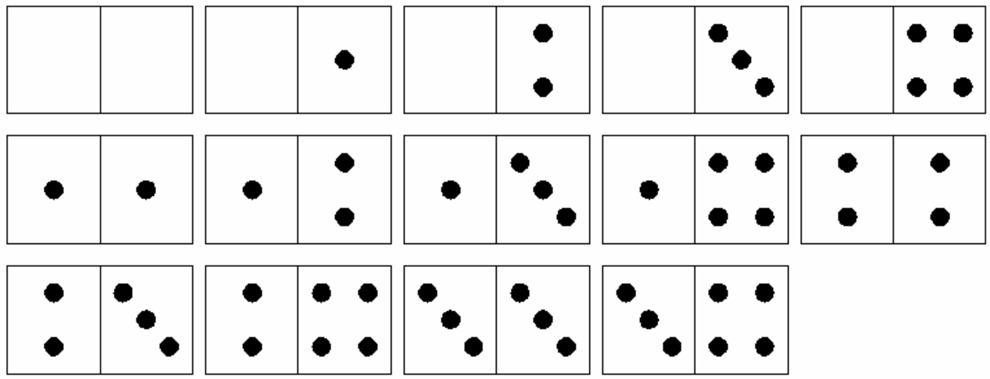
Si d = 2, entonces:

$x + 4 \leq 6$ $\quad\quad$ $y + 6 \leq 6$
$x \leq 2$ $\quad\quad$ $y \leq 0 \quad \Rightarrow \quad y = 0$

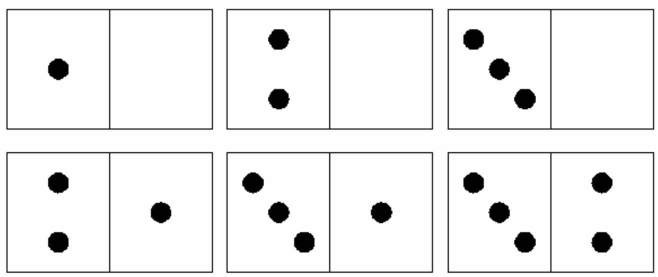
Si d = 3, entonces:

$x + 6 \leq 6$ $\quad\quad$ $y + 9 \leq 6$
$x \leq 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0$ $\quad\quad$ $y \leq -3$

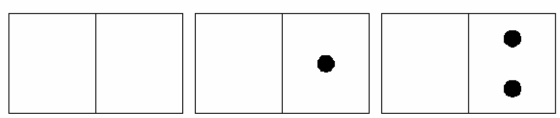
pero en este caso, como y ≥ 0, entonces no es posible que exista diferencia 3, entonces las fichas con que se puede iniciar cuando la diferencia es 1, son:



las cuales equivalen a 14 arreglos, pero algunas se pueden invertir, y estas son:



generando de esta manera 6 fichas más de inicio, ahora bien, si la diferencia es 2, entonces las fichas con que se puede iniciar son:



por lo tanto, existen 23 fichas para iniciar la partida y que se conserve una progresión aritmética en diferencia 1 o 2, en las que se pueden colocar seis fichas del domino.

Solución 4.
Como el odómetro brinca todos los 4´s, simplemente debemos ver cuantos 4´s hay de 1 a 2005 y restárselos a los 2005 que marca el odómetro. Entonces, entre 1 y 100 hay 19 kilómetros que se brinca (4, 14, 24, 34, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 54, 64, 74, 84 y 94) y esto ocurre cada que el odómetro marca 100 kilómetros, entonces del 1 al 2000 hay 20 centenas, pero del 400 al 499 y del 1400 al 1499 se brinca, ya que en esas centenas aparecen en cada uno de sus números al menos un 4, quedando 18 centenas.

Como por cada centena solo recorre 81 Km, entonces 18 x 81 = 1458 Km, y del 2001 al 2005 recorre 4 kilómetros mas, por ello, el vehículo en realidad a recorrido un total de 1458 + 4 = 1462 Km.

Solución 5.
Como nos piden todos los números que sean cuadrados perfectos de 3 cifras (que contenga cifras consecutivas), entonces el número que buscamos es un número entre 10^2 y 31^2.

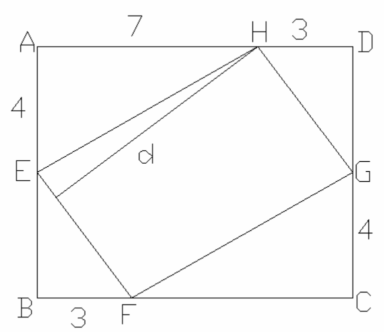
De lo anterior, procedemos a determinar los cuadrados desde 10^2 hasta 31^2, los cuales son:

$10^2 = 100$	$11^2 = 121$	$12^2 = 144$	$13^2 = 169$
$14^2 = 196$	$15^2 = 225$	$16^2 = 256$	$17^2 = 289$
$18^2 = 324$	$19^2 = 361$	$20^2 = 400$	$21^2 = 441$
$22^2 = 484$	$23^2 = 529$	$24^2 = 576$	$25^2 = 625$
$26^2 = 676$	$27^2 = 729$	$28^2 = 784$	$29^2 = 841$
	$30^2 = 900$	$31^2 = 961$	

Por lo tanto, los dos números de 3 cifras consecutivas que son cuadrados perfectos son 324 y 576

Solución 6.
El rectángulo tiene lados de 10 cm y 8 cm, cada lado se divide como se indica en la figura, formándose un paralelogramo, por lo que:

1. Nombramos los puntos *A, B, C, D, E, F, G y H* en la figura



2. Como *ABCD* es un rectángulo por hipótesis,
   $\angle BAD = \angle ADC = \angle DCB = \angle CBA = 90º$
3. *AE = 4, AH = 7, HD = 3, BF = 3 y GC = 4*, por hipótesis
4. Entonces $(AEH) = \frac{AE \cdot AH}{2} = \frac{4 \cdot 7}{2} = 14$
5. *BC = BF + FC = 3 + FC = 10*, por lo tanto, *FC = 7*
6. Entonces *(AEH) = (CGF)* = 14
7. *DC = DG + GC = DG + 4 = 8*, por lo tanto, *DG = 4*
8. Entonces $(DHG) = \frac{DH \cdot DG}{2} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$
9. *AB = AE + EB = 4 + EB = 8*, por lo tanto, *EB = 4*
10. Entonces *(DHG) = (BFE)* = 6
11. Ahora bien, el área del rectángulo ABCD es 80 cm^2
12. Entonces *(EFGH) = (ABCD) – 2(AEH) – 2(DHG)* = 80 – 28 – 12 = 40 cm^2

13. y como $(EFGH) = EF \cdot d = 40$, entonces procedemos a determinar por Pitágoras el valor de *EF*, teniéndose que $EF = \sqrt{BF^2 + EB^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$
14. Ahora sustituimos el valor de *EF* en $(EFGH) = EF \cdot d = 40$, de donde tenemos que $d = \frac{40}{EF} = \frac{40}{5} = 8$
15. Por lo tanto, *d* = 8

Solución Examen Nacional de la 6ª ONMAS

Solución 1.
Observemos primero que si *b* divide a *n* entonces *n/b* también divide a *n*, ya que *b* divide a *n* quiere decir que existe *k* tal que *n* = *kb*, entonces *k* también divide a *n*, pero *k* = *n/b*, por lo que *n/b* divide a *n*.

Luego, sea *d* el divisor más pequeño de *n* y *D* el más grande, vemos que *n/d* también divide a *n* y como *D* es el más grade entonces $D \geq n/d$, luego *n/D* es divisor de *n* y como *d* es el más chico entonces $d \leq n/D$, de estas dos desigualdades se sigue que $dD \leq n \leq dD$ por lo que se debe dar la igualdad, es decir *dD* = *n*. Por hipótesis sabemos *D* = *7d* entonces se tiene que $7d^2 = n$.

De lo anterior vemos que 7 divide a *n* por lo que $d \leq 7$ tenemos 4 casos.

- Si *d* = 2, entonces *n* = 28.
- Si *d* = 3, entonces *n* = 63.
- Si *d* = 5, entonces *n* = 175.
- Si *d* = 7, entonces *n* = 343.

Solución 2.
Por ser *P* pie de altura, entonces el $\angle APC$ = 90º, por tanto el triángulo *APC* es un triángulo rectángulo. Por ser $\angle ACB$ = 20º, entonces $\angle DAP$ = 70º.

Por ser *AB* paralelo a *DE* entonces $\angle DAB = \angle CDE$ y $\angle CBA = \angle CED$. Por tanto los triángulos *ABC* y *DEC* son semejantes.

Por ser *2DC* = *AC* se tiene que $\frac{AC}{DC} = \frac{AB}{DE} = 2$. Esto implica que *D* es punto medio del segmento *AC* y por tanto *DP* es mediana del triángulo rectángulo *APC*.

Debido a que la mediana de un triángulo rectángulo trazada desde el ángulo recto es igual a dos veces la hipotenusa, se tiene que *DA* = *DP*. Entonces el triángulo *APD* es isósceles. Por lo tanto el $\angle APD$ = 70º.

Luego, por ser *CDP* un ángulo exterior al triángulo *APD*, se concluye que $\angle PDC$ = 140º

Solución 3.

Para que el origen de un número sea impar, el número original no debe contener una cifra par, ya que siempre dará una terminación par y finalmente el origen será par. Así, sólo podemos utilizar las cifras 1, 3, 5, 7 y 9. Por lo tanto, sólo cumplen números de 2, 3, 4 o 5 cifras. Veamos los siguientes casos:

Caso 1. Números de dos cifras.

Cifras	Origen	Números que cumplen	Suma
1, 3	→ 3	13, 31	44
1, 5	→ 5	15, 51	66
1, 7	→ 7	17, 71	88
1, 9	→ 9	19, 91	110
3, 5	→ 15 → 5	35, 53	88
3, 7	→ 21 → 2		
3, 9	→ 27 → 14 → 4		
5, 7	→ 35 → 15 → 5	57, 75	132
5, 9	→ 45 → 20 → 0		
7, 9	→ 63 → 18 → 8		
SUMA TOTAL			528

Caso 2. Números de tres cifras.

Cifras	Origen	Números que cumplen	Suma
1, 3, 5	→ 15 → 5	135, 153, 315, 351, 513, 531	1,998
1, 3, 7	→ 21 → 2		
1, 3, 9	→ 27 → 14 → 4		
1, 5, 7	→ 35 → 15 → 5	157, 175, 517, 571, 715, 751	2,886
1, 5, 9	→ 45 → 20 → 0		
1, 7, 9	→ 63 → 18 → 8		
3, 5, 7	→ 105 → 0		
3, 5, 9	→ 135 → 15 → 5	359, 395, 539, 593, 935, 953	3,774
3, 7, 9	→ 189 → 72 → 14 → 4		
5, 7, 9	→ 315 → 15 → 5	579, 597, 759, 795, 957, 975	4,662
SUMA TOTAL			13,320

Caso 3. Números de cuatro cifras.

Cifras	Origen	Números que cumplen	Suma
1, 3, 5, 7	→ 105 → 0		
1, 3, 5, 9	→ 135 → 15 → 5	1359, 1395, 1539, 1593, 1935, 1953, 3159, 3195, 3519, 3591, 3915, 3951, 5139, 5193, 5319, 5391, 5913, 5931, 9135, 9153, 9315, 9351, 9513, 9531	119,988

1, 3, 7, 9	→ 189 → 72 → 14 → 4		
1, 5, 7, 9	→ 315 → 15 → 5	1759, 1795, 1579, 1597, 1975, 1957, 7159, 7195, 7519, 7591, 7915, 7951, 5179, 5197, 5719, 5791, 5917, 5971, 9175, 9157, 9715, 9751, 9517, 9571	146,652
3, 5, 7, 9	→ 945 → 180 → 0		
SUMA TOTAL			266,640

Caso 4. Número de cinco cifras.

Aquí el origen es → 945 → 180 → 0. Por lo que no se puede.

Finalmente, la suma de todos los números es: 528 + 13,320 + 266,640 = 280,488.

Solución 4.

Representando por la sucesión de números naturales, la cantidad de bolsas cada una con sus respectivas canicas:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, . . . x

Luego entonces la bolsa que escoge Luis se ubica así:

1, 2, 3 , 4, 5, . . . x-14 . . . x

Bolsa que escoge Luis

De ahí que:

1, 2, 3, 4, . . . x-15, x-14, x-13, . . . x-2, x-1, x

Para encontrar la suma de todas las canicas de las bolsas que tienen menos canicas que las que Luis escogió, se considera la sucesión:

1, 2, 3, . . . x-15

Cuya suma se calcula utilizando la fórmula: $\frac{n(n+1)}{2}$

$$1+2+3+...+x-15=\frac{(x-15)(x-15+1)}{2}=\frac{(x-15)(x-14)}{2}=\frac{x^2-29x+210}{2}$$

Para encontrar la suma de todas las canicas de las bolsas que tienen más canicas que las que Luis escogió, se considera:

El total general de las canicas menos el total de las canicas contenidas en las bolsas que tienen menos canicas que las que Luis escogió.

$$(1+2+3+...+x)-(1+2+3+...+x-14)=\frac{x(x+1)}{2}-\frac{(x-14)(x-14+1)}{2}=$$

$$\frac{x^2+x}{2}-\frac{(x-14)(x-13)}{2}=\frac{x^2+x}{2}-\frac{x^2-27x+182}{2}=$$

$$\frac{x^2+x-x^2+27x-182}{2}=\frac{28x-182}{2}=14x-91$$

Y dado que la suma de todas las canicas de las bolsas que tienen menos canicas que la que Luis escogió, es igual a la suma de todas las canicas de las bolsas que tienen más canicas que las que él escogió; entonces se puede establecer la igualdad:

$$\frac{x^2-29x+210}{2}=14x-91$$

cuya solución es:

$$x^2-29x+210=28x-182$$

$$x^2-29x-28x+210+182=0$$
$$x^2-57x+392=0$$

$$(x-8)(x-49)=0$$

$x-8=0$ $\quad\quad$ $x-49=0$

$x_1=8$ $\quad\quad$ $x_2=49$

Considerando la solución x = 8, entonces Luis escogería 8 – 14 = – 6, lo cual pierde sentido por la cantidad de canicas que contiene cada bolsa.

Pero si se toma en cuenta x = 49, Luis escoge 49 – 14 = 35, es decir la bolsa que contiene 35 canicas, comprobación:

Suma de todas las canicas de las bolsas que tienen menos canicas que la que Luis escoge:

1 + 2 + 3 + 4 + . . . 32 + 33 + 34 = 595

Suma de todas las canicas de las bolsas que tienen más canicas que las que Luis escoge:

36 + 37 + 38 +. . . + 47 + 48 + 49 = 595

Respuesta: Luis escogió la bolsa que tiene 35 canicas

Solución 5.
El problema consiste en contar el total de factores 2 y de factores 5 que tiene el resultado de la multiplicación.

Primero veamos que encerró todos los múltiplos de 6:

6, 12, 18,…, 1998, 2004

Así que fueron $\frac{2004}{6} = 334$ múltiplos de 6. De esos 334, uno de cada 5 es múltiplo de 5; uno de cada 25 es múltiplo de 25, etc.

Múltiplos de 5:	$\frac{334}{5} \approx 66$	66 múltiplos de 5
Múltiplos de 25:	$\frac{334}{25} \approx 13$	13 múltiplos de 25
Múltiplos de 125:	$\frac{334}{125} \approx 2$	2 múltiplos de 125

Por lo tanto, aquí hay 81 factores de 5.

Ahora veamos que encerró todos los múltiplos de 7:

7, 14, 21,…, 1995, 2002

Por lo tanto, hubo $\frac{2002}{7} = 286$ múltiplos de 7. De esos 286, uno de cada 5 es múltiplo de 5; uno de cada 25 es múltiplo de 25, etc.

Múltiplos de 5:	$\frac{286}{5} \approx 57$	57 múltiplos de 5
Múltiplos de 25:	$\frac{286}{25} \approx 11$	11 múltiplos de 25
Múltiplos de 125:	$\frac{286}{125} \approx 2$	2 múltiplos de 125

Por lo tanto, aquí hay 70 factores de 5.

Pero estamos repitiendo los múltiplos de 6 que también son múltiplos de 7; es decir, los múltiplos de 42:

42, 84, 126,…, 1932, 1974

En total son $\frac{1974}{42} \approx 47$ múltiplos de 42.

De esos 47, uno de cada 5 es múltiplo de 5; uno de cada 25 es múltiplo de 25, etc. Así que:

Múltiplos de 5: $\frac{47}{5} \approx 9$ 9 múltiplos de 5

Múltiplos de 25: $\frac{47}{25} \approx 1$ 1 múltiplos de 25

Finalmente, el total de factores 5 son 81 (de los múltiplos de 6) + 70 (de los múltiplos de 7) – 10 (los comunes que estamos contando doble) = 141.

Como todos los múltiplos de 6 tienen al menos un factor 2 y son 334 múltiplos de 6; entonces hay al menos 334 factores 2. Eso quiere decir que ajustan perfectamente para formar con los factores 5, los 141 ceros al final de la multiplicación que Paz realizó.

Solución 6.
Primero observemos que *AP* = *A'P* = 26 cm, así que en el triángulo rectángulo *A'PD* apliquemos el Teorema de Pitágoras de la siguiente manera:

$$A'P^2 = PD^2 + A'D^2$$
$$26^2 = 10^2 + A'D^2$$
$$676 = 100 + A'D^2$$
$$A'D^2 = 576$$
$$A'D = 24cm$$

De la misma forma, *BQ* = *BQ'* = 5 cm.

Llamemos *R* al punto de intersección del segmento *A'B'* y *BC,* supongamos que el ángulo *DPA'* es igual a *x*. Como *DPA'* es un triángulo rectángulo, entonces el ángulo *DA'P* es igual a 90 – *x*.

Además, sabemos que el ángulo *PA'B'* es ángulo recto (ya que originalmente es el ángulo *PAB* de la hoja), así que el ángulo *RA'C* mide *x*, ya que 180 – (90 + 90 – *x*) = *x*.

Del mismo modo, el triángulo A'RC es rectángulo, por lo que el ángulo A'RC es 90 – *x*. Los ángulos *A'RC* y *QRB'* son opuestos por el vértice, así que el ángulo *QRB'* también mide 90 – *x*.

Como el triángulo *QB'R* es rectángulo, entonces el ángulo *RQB'* mide *x*.

Esto quiere decir que los triángulos *A'DP* y *RB'Q* son semejantes. Estableciendo la razón de semejanza tenemos que:

$$\frac{A'D}{RC} = \frac{A'P}{RQ} = \frac{DP}{B'Q}$$

Sustituyendo los valores que ya conocemos, tenemos que:

$$\frac{24}{RC}=\frac{26}{RQ}=\frac{10}{5}=2$$

Por lo tanto, *RB'* = 12 cm y *RQ* = 13 cm.

Sabemos que *AD* = *BC* = 36 cm. Como *BQ* = 5 cm y *RQ* = 13 cm, tenemos que *RC* = 36 – 5 – 13 = 18 cm.

También tenemos que los triángulos *A'DP* y *RCA'* son semejantes, así que:

$$\frac{A'D}{RC}=\frac{A'P}{RA'}=\frac{DP}{CA'}$$

Sustituyendo tenemos:

$$\frac{24}{18}=\frac{26}{RQ}=\frac{10}{B'Q}=\frac{4}{3}$$

Así que A'R = $\frac{39}{2}$ cm y A'C = $\frac{15}{2}$ cm.

De aquí obtenemos que el lado *CD* mide $24+\frac{15}{2}=\frac{63}{2}$ cm.

El área de la hoja de papel es igual a *AD X CD* = $(36)\left(\frac{63}{2}\right)=1134$ cm^2.

Solución Examen Nacional de la 7ª ONMAS Nivel 1

Solución 1.

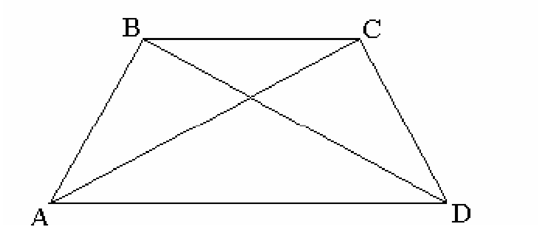
Primeramente, para que la suma sea la menor, debemos encontrar el número que menores divisores tenga, para de esa manera, sumar la menor cantidad de números, por ello, el número que se busca es el primo que sigue a 2007, ya que este solo tiene como divisores al 1 y a el mismo.

Por lo anterior, descartamos todos los pares mayores a 2007, esto debido a que tendrán mas de 2 divisores y con ello la suma será mayor. A continuación procedemos a analizar los impares siguientes a 2007, para ver cual de ellos es primo.

Analizaremos el 2009, el cual no es divisible por 2, ni por 3, ni por 5, pero por 7 si, entonces 2009 no es primo. Ahora procedemos a analizar el 2011, para ello calculamos su raíz cuadrada y revisamos que los primos menores a $\sqrt{2001}=[44.84]=44$ no dividan a 2011, si ninguno lo divide, entonces 2011 es primo.

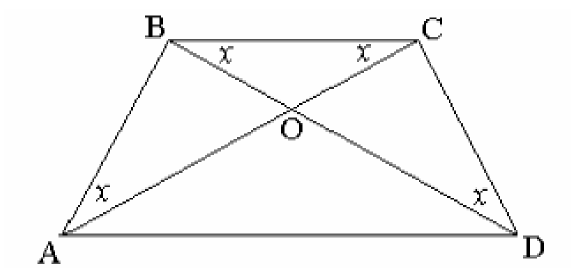
Al realizar el análisis, observamos que los primos {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41 y 43} no dividen a 2011, entonces la suma buscada es *S* = 2011 + 1 = 2012

Solución 2.
Veamos la figura:



Como AB = BC, BC = CD y AC = BD, entonces los triángulos ABC y BCD son congruentes por el criterio LLL.

Además, estos triángulos son isósceles así que los ángulos BAC, BCA, CBD y BDC son iguales. Supongamos que esa medida es x.

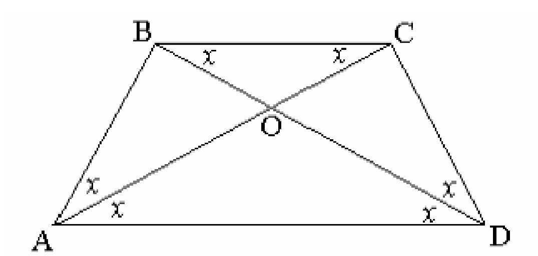


Sea O el punto de intersección de las diagonales AC y BD.

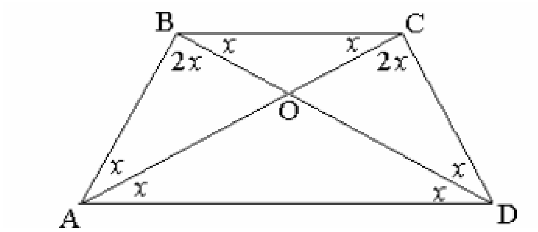
El ángulo BOC mide 180 – $2x$.

Observemos que el triángulo BOC es isósceles, así que BO = OC; pero como AC = BD, entonces tenemos que AO = OD. Por lo tanto, el triángulo AOD es isósceles.

El ángulo AOD mide 180 – $2x$ ya que es opuesto por el vértice con el ángulo BOC. Como el triángulo AOD es isósceles entonces los ángulos OAD y ODA son iguales a x.



Además, como AD = BD entonces el triángulo ABD es isósceles Así que el ángulo ABD mide $2x$. De la misma forma AD = AC, así que el ángulo ACD mide $2x$.



Observemos las medidas de los ángulos del cuadrilátero ABCD:

Ángulo DAB = 2x

Ángulo ABC = 3x

Ángulo BCD = 3x

Ángulo CDA = 2x

Al sumarlos obtenemos: $2x + 3x + 3x + 2x = 360º$, por lo que $10x = 360º$ y así $x = 36º$

Finalmente, la medida del ángulo ABC es igual a 3(36º) = 108º.

Solución 3.
Primeramente observamos que existe un ciclo, en base a la siguiente secuencia:

A	B	C	D	E	F	G	H	I
I	A	B	C	D	E	F	G	H
H	I	A	B	C	D	E	F	G
G	H	I	A	B	C	D	E	F
F	G	H	I	A	B	C	D	E
E	F	G	H	I	A	B	C	D
D	E	F	G	H	I	A	B	C
C	D	E	F	G	H	I	A	B
B	C	D	E	F	G	H	I	A

Una vez que se realizo esta repartición, el abuelo habrá entregado 81 monedas y deberá iniciar nuevamente, por ello, el ciclo se iniciara cada 81 monedas repartidas, entonces, 2007/81 = 24 ciclos y sobran 63 monedas.

Ahora con esas 63 monedas, inicia nuevamente la repartición, haciéndolo de la siguiente manera:

A	B	C	D	E	F	G	H	I
I	A	B	C	D	E	F	G	H
H	I	A	B	C	D	E	F	G
G	H	I	A	B	C	D	E	F
F	G	H	I	A	B	C	D	E
E	F	G	H	I	A	B	C	D
D	E	F	G	H	I	A	B	C

Entonces, cada nieto recibió 24·9 + 7 = 223 monedas y la última fue para C.

Solución 4.
La expresión para representar al número *N* puede ser también de la siguiente manera:

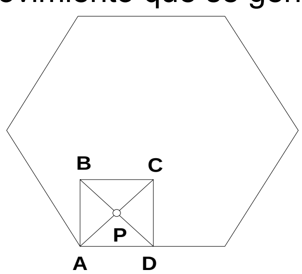
$$N = 4^0 + 4^1 + 4^2 + 4^3 + 4^4 + \ldots + 4^{2007}$$

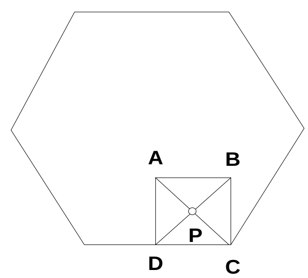
Si analizamos el residuo que deja cada par de números sumados al dividirlos por 5, tenemos:

$$4^0 + 4^1 \equiv 0 \ (mod\ 5)$$
$$4^2 + 4^3 \equiv 0 \ (mod\ 5)$$
$$4^4 + 4^5 \equiv 0 \ (mod\ 5)$$
$$*$$
$$*$$
$$*$$
$$4^{2006} + 4^{2007} \equiv 0 \ (mod\ 5)$$
$$4^0 + 4^1 + 4^2 + 4^3 + \ldots + 4^{2006} + 4^{2007} \equiv 0 \ (mod\ 5)$$

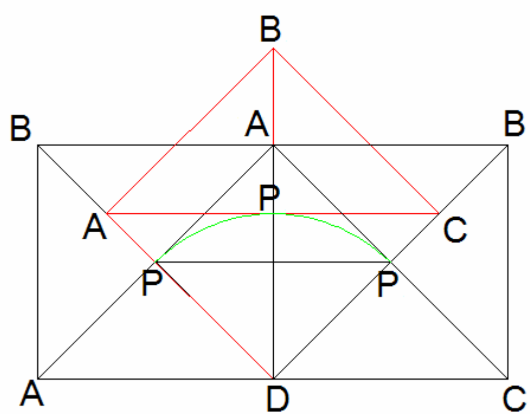
Por lo anterior, determinamos que el residuo de *N* al ser dividido por 5 es 0 (cero).

Solución 5.
Analicemos el movimiento que se genera:



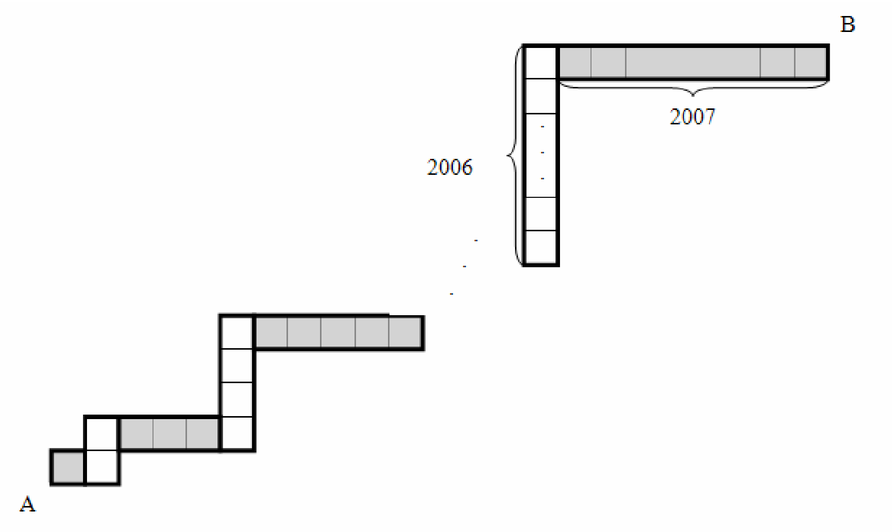


Cuando la diagonal que contiene a P se encuentre en forma perpendicular al lado del hexágono, la distancia recorrida por P será de un arco, tal como se muestra en la figura.



El recorrido de P es el de un circulo con radio DP = $\sqrt{2}$, por cada uno de los 6 lados del hexágono gira 90° y por cada cambio de lado gira 60°, entonces, el total del recorrido en grados es 6·90° + 6·30° = 540° + 180° = 720°, que equivale a 2 circulos de radio $\sqrt{2}$, teniéndose entonces que la distancia recorrida por P es igual a $(2)(2\pi)(\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}\,\pi$.

Solución 6.



La solución es obtener utilizando el Teorema de Pitágoras el valor de la hipotenusa *AB* cuyos lados son:

$A = 2 + 4 + 6 + 8 + \ . \ . \ . \ + \ 2008 - 1 = (1004)(1005) - 1$

$B = 1 + 1 + 3 + 5 + \ . \ . \ . \ + 2003 + 2005 = 1 + 1003^2$

Ahora procedemos a determinar *AB*, teniéndose:

$$AB = \sqrt{(1004 \cdot 1005 - 1)^2 + (1 + 1003^2)^2}$$

Las soluciones de los problemas 1, 3, 5 y 6 del Nivel 2 de la 7ª Olimpiada Nacional de Matemáticas para Alumnos de Secundaria se dejan para el trabajo final del lector. Los problemas 2 y 4 se encuentran ya resueltos en el Examen del Nivel 1 de la misma 7ª ONMAS.

BIBLIOGRAFÍA

Gentile, E., *Aritmética Elemental*, Monografía no. 25 de la Serie de Matemáticas del Programa Regional de Desarrollo Científico y Tecnológico de la OEA, Ediciones de la OEA, 1988.

Vilenkin, N., *¿De Cuántas Formas?* (Combinatoria), Editorial MIR, Moscú, 1972.

Engel, A. *Problem-solving strategies.* SPRINGER-VERLAG, 1998.

Eves, H. *Estudio de las Geometrías.* UTHEA, 1985.

Niven y Zuckerman, *Introducción* a *la Teoría* de *Números,* Editorial LIMUSA- WILEY, México 1972.

Pérez Seguí, M. L., *Combinatoria,* Cuadernos de Olimpiadas Matemáticas, Instituto de Matemáticas, UNAM, 2a edición, 2002.

Illanes, A., *Principios* de *Olimpiada,* Cuadernos de Olimpiadas Matemáticas, Instituto de Matemáticas, UNAM, 2002.

Bulajich, R., Gómez, J. A., *Geometría,* Cuadernos de Olimpiadas Matemáticas, Instituto de Matemáticas, UNAM, 2a edición, 2002.